

เสริมคิด... คณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

แบบทดสอบ

**การแข่งขันทางวิชาการ
ระดับนานาชาติ**

ประจำปี

พ.ศ. 2559 - 2560



สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

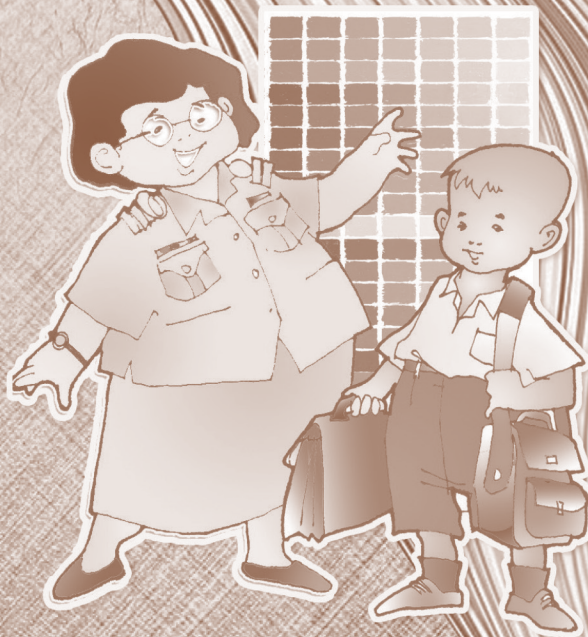
เสริมคิด... คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

แบบทดสอบ

การแข่งขันทางวิชาการ
ระดับนานาชาติ

ประจำปี

พ.ศ. 2559 - 2560



สำนักพัฒนาบัณฑิตกรรมการจัดการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ



เสริมคิด...คณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

แบบทดสอบการแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ

ประจำปี พ.ศ. 2559 - 2560

ISBN 978 - 616 - 395 - 899 - 0

พิมพ์ครั้งแรก พ.ศ. 2560

จำนวนพิมพ์ 1,000 เล่ม

เรียบเรียง กลุ่มวิจัยและพัฒนาองค์กรแห่งการเรียนรู้
สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

สงวนลิขสิทธิ์ สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

จัดพิมพ์โดย โครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล
กลุ่มวิจัยและพัฒนาองค์กรแห่งการเรียนรู้
สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน
กระทรวงศึกษาธิการ

พิมพ์ที่ โรงพิมพ์องค์การสงเคราะห์ทหารผ่านศึก
เลขที่ 2/9 ซอย 31 ถนนกรุงเทพ-นนทบุรี
เขตบางซื่อ กรุงเทพฯ 10800
โทรศัพท์ 0-2587-3137 โทรสาร 0-2587-3295

คำนำ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยสำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา ได้จัดทำเอกสารเสริมคิด...คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา เป็นผลผลิตจากการดำเนินงานโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล ในกิจกรรมการแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ เพื่อเผยแพร่เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอนใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และสำหรับนักเรียนใช้เป็นแบบฝึกเสริมทักษะ เพิ่มพูนประสบการณ์การเรียนรู้และพัฒนาให้มีความสามารถและทักษะกระบวนการคิดการแก้ปัญหาทางด้านคณิตศาสตร์ ตลอดจนสามารถนำสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้ไปปรับใช้ในชีวิตประจำวัน ในทุกโอกาสต่อไป

สำหรับเอกสารเสริมคิด...คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา ประกอบด้วยตัวอย่างแบบทดสอบและแนวคิดคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ รอบระดับเขตพื้นที่การศึกษา และรอบระดับประเทศ ประจำปี พ.ศ. 2559 – 2560 เป็นการนำเสนอวิธีการยุทธศาสตร์การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื้อหาในเอกสารเล่มนี้ เป็นแนวทางการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย ภายใต้กรอบเนื้อหาสาระเกี่ยวกับ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเนื้อหาที่เพิ่มเติม อาทิเช่น ความเร็ว แรง ทฤษฎีพีทาโกรัส โดยเป็นลักษณะโจทย์ในรูปลักษณะเชิงกระบวนการแก้ปัญหา (Process Problem)

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ขอขอบคุณคณะทำงานทุกท่านที่ได้มีส่วนร่วมในการจัดทำเอกสารเสริมคิด...คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา และขอขอบคุณหน่วยงานที่เกี่ยวข้องในการร่วมสร้างสรรค์เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนไทยได้ก้าวไกลสู่เวทีสากล

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

คำชี้แจง

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยสำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา ได้ดำเนินงานโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล เพื่อยกระดับคุณภาพมาตรฐานการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยการขับเคลื่อนนโยบายสู่การปฏิบัติ ซึ่งได้ดำเนินกิจกรรมเป็น 2 มิติ คือ มิติที่ 1 : การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ (คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์) ซึ่งเป็นเวทีแห่งประสบการณ์นอกห้องเรียนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนเรียนรู้ และพัฒนาความสามารถเต็มตามศักยภาพ มิติที่ 2 : การพัฒนาประสิทธิภาพการเรียนรู้ที่มุ่งส่งเสริมการพัฒนานักเรียน ครู และสื่อ นวัตกรรมทางการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ โดยได้จัดทำชุดเอกสารเสริมคิด...คณิตศาสตร์ และเสริมคิด... วิทยาศาสตร์ (แบบทดสอบ สำหรับการแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559 - 2560 ซึ่งเป็นผลผลิตจากการดำเนินงานโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล) สำหรับเผยแพร่เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาครูด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้เรียน และพัฒนานักเรียนในการใช้แบบฝึกเสริมทักษะ เพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์ และความสามารถด้านกระบวนการคิด และการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเตรียมความพร้อมเพื่อการแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ

เอกสารชุดเสริมคิด...คณิตศาสตร์ และเสริมคิด...วิทยาศาสตร์ ประกอบด้วย แบบทดสอบ คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ พร้อมเฉลยและแนวคิด ที่ใช้ในการแข่งขันทางวิชาการ ประจำปี พ.ศ. 2559 – 2560 ของสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จำนวน 3 เล่ม ดังต่อไปนี้

เล่มที่ 1 เสริมคิด...คณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา

เล่มที่ 2 เสริมคิด...คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

เล่มที่ 3 เสริมคิด...วิทยาศาสตร์ ระดับประถมศึกษา

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน โดยสำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา ขอขอบคุณคณะทำงานทุกท่านที่ได้มีส่วนร่วมในการจัดทำชุดเอกสารเสริมคิด...และขอขอบคุณหน่วยงานที่เกี่ยวข้องในการร่วมสร้างสรรค์เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนไทยได้ก้าวสู่เวทีสากล

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

สารบัญ

คำนำ

คำชี้แจง

หน้า

ก

ข

แบบทดสอบ การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559

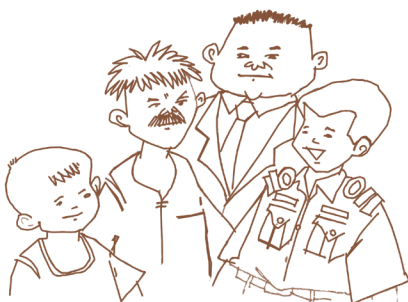
- แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559 รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา 1
- แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559 รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา 11
- แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559 รอบสอง ระดับประเทศ 43
- แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559 รอบสอง ระดับประเทศ 55

แบบทดสอบ การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560

- แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560 รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา 81
- แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560 รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา 91
- แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560 รอบสอง ระดับประเทศ 119
- แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560 รอบสอง ระดับประเทศ 125

คณะผู้จัดทำ

145





เสริมคิด...คณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

แบบทดสอบการแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ

ประจำปี พ.ศ. 2559 - 2560

แบบทดสอบคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2559

(รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา)





สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559
(รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา)
แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา
สอบวันที่ 31 มกราคม พ.ศ. 2559 เวลา 09.00 – 11.00 น.

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ ประเภทเลือกตอบและประเภทเติมคำตอบ (ไม่ต้องแสดงวิธีทำ) มีจำนวน 8 หน้า จำนวน 35 ข้อ คะแนนเต็ม 140 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบฉบับนี้ แบ่งเป็น 2 ตอน คือ
 - ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น 3 ตอน
 - ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 10 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 30 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 ข้อที่ 11 – 20 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 40 คะแนน
 - ส่วนที่ 3 ข้อที่ 21 – 25 แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน รวม 30 คะแนน
 - ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและภาษาอังกฤษ จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น 2 ตอน
 - ส่วนที่ 1 ข้อที่ 26 – 30 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 ข้อที่ 31 – 35 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
3. กระดาษคำตอบมี 2 หน้า ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล เลขประจำตัวสอบ ห้องสอบ ชื่อโรงเรียน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ให้ครบทั้ง 2 หน้า
4. คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบเท่านั้นและให้ตรงกับข้อคำถาม
5. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือ เครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใดๆ ในการคำนวณ
6. นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
7. การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ

แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ตัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต



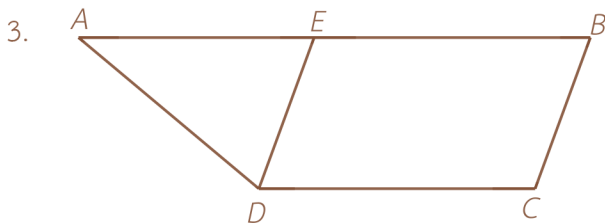
ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 25 ข้อ

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 10 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก

- จงหาค่าของ $\sqrt{(-2)^8 + (1+2+22+\dots+2^{2015})^0} + |-16|$

(ก) 0 (ข) 32 (ค) 33
(ง) $2^{2016}-1$ (จ) $2^{2016}+31$
- สมชายตั้งนาฬิกาปลุกไว้เวลา 13.30 น. (บ่ายโมงครึ่ง) แล้วกลับไปเมื่อเวลา 12.35 น. (เที่ยงสามสิบห้า) เมื่อตื่นขึ้นมาเพราะนาฬิกาปลุก เขาหลับไปนานเท่าใด

(ก) 1 ชั่วโมง 5 นาที (ข) 55 นาที (ค) 95 นาที
(ง) 105 นาที (จ) 11 ชั่วโมง 5 นาที



- ในรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$,
ถ้า $AD = AE$ และ $\angle BCD = 110^\circ$ แล้ว $\angle DAB$
มีขนาดกี่องศา
- (ก) 20° (ข) 35°
(ค) 40° (ง) 55°
(จ) 70°

- เทศกาลลดราคาของร้านเสื้อแห่งหนึ่ง ประกาศลดราคาเสื้อเหลือตัวละ 49% ของราคาที่เปิดไว้ แต่เมื่อซื้อเสื้อ 2 ตัวพร้อมกัน จะลดราคาเหลือตัวละ 45% ของราคาที่เปิดไว้ ถ้าลิลลี่ซื้อเสื้อ 2 ตัวพร้อมกันเป็นเงิน 90 ดอลลาร์ แล้วเธอประหยัดเงินกว่าการซื้อเสื้อครั้งละตัวกี่ดอลลาร์

(ก) 10 (ข) 8 (ค) 6
(ง) 4 (จ) 3.6



13. ถ้า $\frac{a}{b} = a+1$ และ $\frac{b}{a} = a-1$ แล้ว $\frac{b^2}{(a-1)^2}$ มีค่าเท่าใด

(ก) 1

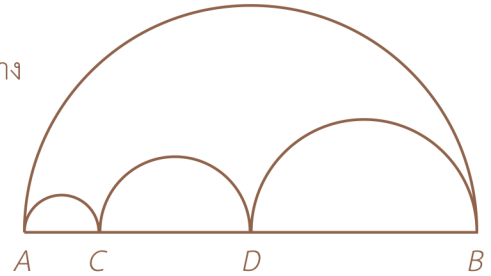
(ข) 2

(ค) 3

(ง) 4

(จ) 5

14. C และ D เป็นจุดบน AB ที่ทำให้ $AC : CD : DB = 1 : 2 : 3$
 วาดรูปครึ่งวงกลมบนด้านเดียวกันของ AB มีเส้นผ่านศูนย์กลาง
 AB, AC, CD และ DB ตามลำดับ พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลม
 ภายในทั้งสามรูปรวมกันคิดเป็นเศษส่วนเท่าใดของพื้นที่
 ของรูปครึ่งวงกลมที่ใหญ่ที่สุด

(ก) $\frac{1}{4}$ (ข) $\frac{1}{3}$ (ค) $\frac{13}{36}$ (ง) $\frac{7}{12}$ (จ) $\frac{7}{18}$

15. เหรียญแต่ละเหรียญเป็นเหรียญ 1 ดอลลาร์ หรือ 5 ดอลลาร์ หรือ 10 ดอลลาร์ มีมูลค่ารวม 60 ดอลลาร์
 ถ้าแบ่งออกเป็น 3, 4 หรือ 5 กอง โดยแต่ละกองมีมูลค่าเท่ากันแล้วจำนวนเหรียญที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้
 เป็นกี่เหรียญ

(ก) 6

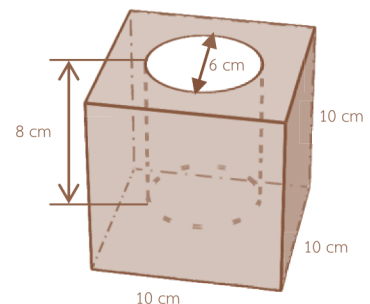
(ข) 11

(ค) 15

(ง) 16

(จ) 20

16. ลูกบาศก์ที่มีด้านยาว 10 เซนติเมตร และมีทรงกระบอกกลาง
 อยู่ภายในดังรูป ถ้าทรงกระบอกกลางมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว
 6 เซนติเมตร และสูง 8 เซนติเมตร แล้วลูกบาศก์นี้มีปริมาตร
 เหลือกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนด $\pi = 3.14$)



(ก) 426.08

(ข) 517.46

(ค) 573.94

(ง) 717.46

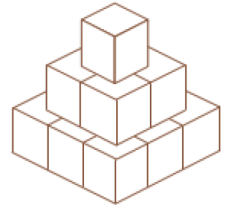
(จ) 773.92



17. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วค่าของ $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$ ที่เป็นไปได้เป็นเท่าใด

- (ก) 24 (ข) 54 (ค) 48
(ง) 60 (จ) 100

18. โครงสร้าง 3 ชั้นประกอบด้วยลูกบาศก์ 14 ลูก ชั้นล่างประกอบด้วยลูกบาศก์ 9 ลูก แบบ 3×3 ชั้นกลางประกอบด้วยลูกบาศก์ 4 ลูก แบบ 2×2 และชั้นบนประกอบด้วยลูกบาศก์ 1 ลูก ดังรูป ถ้าระบายสีส่วนพื้นผิวที่มองเห็นรวมทั้งด้านล่าง แล้วบริเวณที่ไม่ทาสีทั้งหมดของลูกบาศก์แต่ละลูกมีพื้นที่รวมกันกี่ตารางหน่วย



- (ก) 20 (ข) 31 (ค) 42
(ง) 53 (จ) 64

19. ในการเลือกตั้งซึ่งมีผู้สมัคร 4 คน เมื่อนับคะแนนจากผู้มาออกเสียง 50 คนแรก พบว่า ผู้สมัครได้คะแนน 11, 12, 13 และ 14 คะแนน ถ้านับคะแนนจากผู้มาออกเสียงต่ออีก 6 คน แล้ววิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่ผู้สมัครคนที่ได้ 13 คะแนนจะเป็นผู้ชนะอย่างแน่นอนมีกี่วิธี

- (ก) 16 (ข) 17 (ค) 18
(ง) 19 (จ) 20

20. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนเฉพาะบวก 3 จำนวนที่แตกต่างกัน ถ้า $x+y+z$ และ $x^2+y^2+z^2$ เป็นจำนวนเฉพาะด้วย แล้วค่าต่ำสุดของ $x+y+z$ เป็นเท่าใด

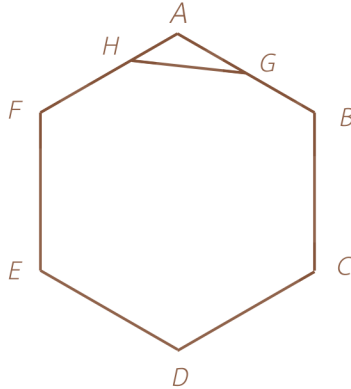
- (ก) 17 (ข) 19 (ค) 23
(ง) 29 (จ) 31





ส่วนที่ 3 ข้อที่ 21 – 25 แบบเติมคำตอบ

21. $ABCDEF$ เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า G เป็นจุดกึ่งกลางของ AB และ H เป็นจุดบน AF ที่ทำให้ $FH = 2AH$ ถ้าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม AHG เป็น 1 ตารางเซนติเมตร แล้ว $ABCDEF$ มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร



22. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงบวกที่ทำให้ $a(b+c) = 48$, $b(c+a) = 70$ และ $c(a+b) = 88$ แล้ว abc มีค่าเท่าใด

23. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $b = \sqrt{a^2 - 6a + b} + |b - 9| + 9$ แล้ว b^a มีค่าเท่าใด

24. ถ้า a^2 หาร $10 \times 11 \times 12 \times \dots \times 19$ ได้ลงตัว แล้วค่าสูงสุดของ a เป็นเท่าใด

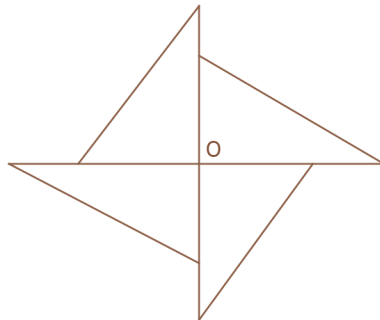
25. สำหรับการเรียงสับเปลี่ยนของ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 และ 8 นำจำนวนที่สองบวกกับจำนวนแรก คูณผลบวกด้วยจำนวนที่สาม บวกจำนวนที่สี่เข้ากับผลคูณ คูณผลบวกด้วยจำนวนที่ห้า ถ้าทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ แล้วค่าต่ำสุดของผลบวกสุดท้ายเป็นเท่าใด



ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและภาษาอังกฤษ จำนวน 10 ข้อ

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 26 – 30 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ

26. มีกระดาษยาวอยู่แผ่นหนึ่ง ถ้าตัดแบ่งออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ แล้วจะต้องตัดกระดาษอย่างน้อยที่สุดกี่ครั้ง จึงจะได้กระดาษที่มีพื้นที่เป็น $\frac{1}{2048}$ เท่าของพื้นที่ของกระดาษเริ่มต้น
27. การจัดเลี้ยงนักเรียนกลุ่มหนึ่งจะต้องใช้เงินค่าอาหารทั้งหมด 900 บาท ถ้าในวันจริงนักเรียนไม่มา 5 คน ทำให้ค่าอาหารเฉลี่ยต่อคนเพิ่มขึ้นเป็น 15 บาท แล้วเดิมนักเรียนกลุ่มนี้มีทั้งหมดกี่คน
28. จำนวนสองหลักจำนวนหนึ่งมีค่าเป็น 4 เท่าของผลบวกของเลขโดดของจำนวนสองหลักนี้ ถ้านำ 36 มาบวกกับจำนวนนี้ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนสองหลักที่สลับหลักกัน แล้วผลคูณของเลขโดดของจำนวนสองหลักนี้มีค่าเท่าใด
29. รูปที่กำหนดให้ประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการ 4 รูป ถ้ารูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีความยาวด้านประกอบมุมฉากยาว 4 เซนติเมตร และ 3 เซนติเมตร แล้วรูปที่กำหนดให้นี้มีเส้นรอบรูปยาวกี่เซนติเมตร

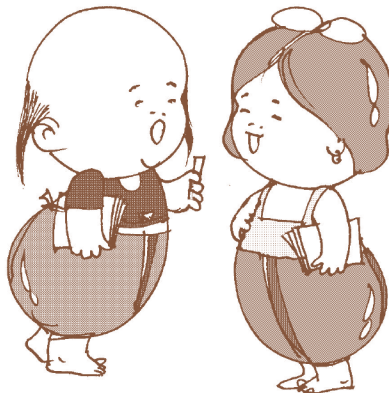


30. 604 เป็นจำนวนที่เท่าใดของลำดับ 4, 6, 10, 16, ...



ส่วนที่ 2 ข้อที่ 31 – 35 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ แบบเติมคำตอบ

31. Let $x^2 + y^2 = 10$ and $xy = 3$. If $x < y$ and $y^2 - x^2 > 0$ then find the value of $y^2 - x^2$.
32. Let $A + B = C$, $C + D = E$, $A + E = F$ and $B + D + F = 45$
 If $A = 4$ then find the value of $4E$.
33. Let A be a counting number which divisible by 7 but A is divided by 3,4,5 and 6 with remainder 2. What is the value of A ?
34. Trapezoid $ABCD$ has $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\hat{DAB} = 55^\circ$, $\hat{ABC} = 35^\circ$, $AB = 2558$ cm and $DC = 2016$ cm If M and N are midpoint of \overline{DC} and \overline{AB} respectively, what is the length of \overline{MN} in cm .
35. Quadrilateral $ABCD$ is inscribed in a circle with radius $\sqrt{2}$ cm . If the length of \overline{AB} , \overline{BC} and \overline{CD} is $\sqrt{6}$, 2 and $\sqrt{2}$ cm respectively. What is the length of \overline{AD} in cm .



แนวคิด

แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2559

(รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา)

ตอนที่ 1 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย

ส่วนที่ 1 ข้อ 1 - 10

ส่วนที่ 2 ข้อ 11 - 20

ส่วนที่ 3 ข้อ 21 - 25

ตอนที่ 2 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย
และฉบับภาษาอังกฤษ

ส่วนที่ 1 ข้อ 26 - 30 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย

ส่วนที่ 2 ข้อ 31 - 35 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ



สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559
(รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา)
แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา
สอบวันที่ 31 มกราคม พ.ศ. 2559 เวลา 09.00 – 11.00 น.

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ ประเภทเลือกตอบและประเภทเติมคำตอบ (ไม่ต้องแสดงวิธีทำ) มีจำนวน 26 หน้า จำนวน 35 ข้อ คะแนนเต็ม 140 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบฉบับนี้ แบ่งเป็น 2 ตอน คือ
 - ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น 3 ตอน
 - ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 10 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 30 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 ข้อที่ 11 – 20 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 40 คะแนน
 - ส่วนที่ 3 ข้อที่ 21 – 25 แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 6 คะแนน รวม 30 คะแนน
 - ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและภาษาอังกฤษ จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น 2 ตอน
 - ส่วนที่ 1 ข้อที่ 26 – 30 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 ข้อที่ 31 – 35 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
3. กระดาษคำตอบมี 2 หน้า ให้นักเรียนเขียนชื่อ-นามสกุล เลขประจำตัวสอบ ห้องสอบ ชื่อโรงเรียน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ให้ครบทั้ง 2 หน้า
4. คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบเท่านั้นและให้ตรงกับข้อคำถาม
5. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือ เครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใดๆ ในการคำนวณ
6. นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
7. การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ

แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ตัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต

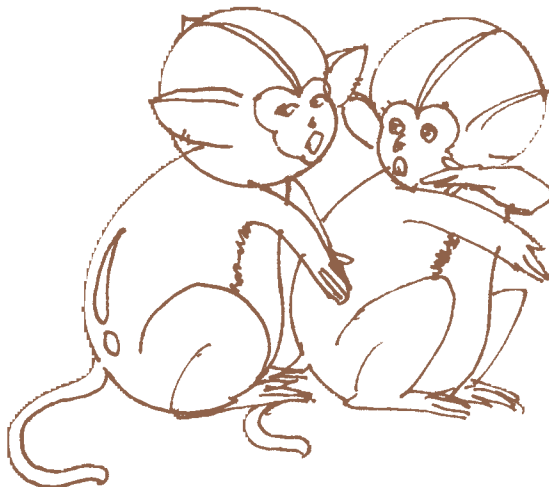


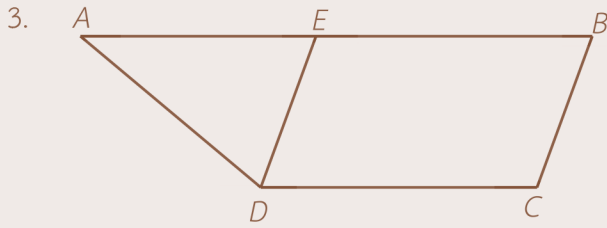
2. สมชายตั้งนาฬิกาปลุกไว้เวลา 13.30 น. (บ่ายโมงครึ่ง) แล้วกลับไปเมื่อเวลา 12.35 น. (เที่ยงสามสิบห้า) เมื่อตื่นขึ้นมาเพราะนาฬิกาปลุก เขาหลับไปนานเท่าใด
- (ก) 1 ชั่วโมง 5 นาที (ข) 55 นาที (ค) 95 นาที
- (ง) 105 นาที (จ) 11 ชั่วโมง 5 นาที

แนวคิดที่ 1 เขาเริ่มหลับก่อนบ่ายโมง 25 นาที
 ตื่นหลังบ่ายโมง 30 นาที
 รวมเวลาที่หลับ 55 นาที

แนวคิดที่ 2 $13.30 - 12.35 = 55$ นาที

ตอบ (ข) 55 นาที





ในรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$,
ถ้า $AD = AE$ และ $\angle BCD = 110^\circ$ แล้ว $\angle DAB$
มีขนาดกี่องศา

- (ก) 20° (ข) 35°
(ค) 40° (ง) 55°
(จ) 70°

แนวคิด ได้ $\square BCDE$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

$$\angle DAB = \angle BCD = 110^\circ$$

จะได้ $\angle DAB = 70^\circ$

$$\begin{aligned} \angle DAB &= 180^\circ - 2\angle DEA \\ &= 180^\circ - 140^\circ \\ &= 40^\circ \end{aligned}$$

ตอบ (ค) 40°





4. เทศกาลลดราคาของร้านเสื้อแห่งหนึ่ง ประกาศลดราคาเสื้อเหลือตัวละ 49% ของราคาที่ยังไม่ได้ลด แต่เมื่อซื้อเสื้อ 2 ตัวพร้อมกัน จะลดราคาเหลือตัวละ 45% ของราคาที่ยังไม่ได้ลด ถ้าลิลี่ซื้อเสื้อ 2 ตัวพร้อมกันเป็นเงิน 90 ดอลลาร์ แล้วเธอประหยัดเงินกว่าการซื้อเสื้อครั้งละตัวกี่ดอลลาร์

(ก) 10

(ข) 8

(ค) 6

(ง) 4

(จ) 3.6

แนวคิด ซื้อเสื้อ 2 ตัวพร้อมกัน 90 ดอลลาร์ ราคาก่อนลดเป็น $90 \div 45\% = 200$ ดอลลาร์
 ถ้าซื้อ 2 ตัว ครั้งละตัวได้ลด 49% ราคาที่ซื้อเป็น $200 \times 49\% = 98$ ดอลลาร์
 จะประหยัด $98 - 90 = 8$ ดอลลาร์

ตอบ (ข) 8 ดอลลาร์





5. มีจุด 16 จุด จัดเรียงในรูป 4 จุด \times 4 จุด โดยจุดแต่ละจุดในแนวนอนและแนวตั้งอยู่ห่างกัน ระยะ 1 เซนติเมตร เมื่อนำจุด 4 จุดออกไปจะเหลือจุดอยู่ 12 จุด ดังรูป ถ้าเลือกจุด 3 จุดใดๆ จาก 12 จุดนี้ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมแล้วรูปสามเหลี่ยมที่ได้จะมีพื้นที่มากที่สุดกี่ตารางเซนติเมตร



(ก) 9

(ข) $\frac{9}{2}$

(ค) 3

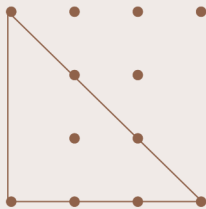
(ง) 2

(จ) $\frac{3}{2}$

แนวคิด

จะได้พื้นที่มากที่สุดเมื่อฐานเท่ากับ 3 เซนติเมตรและสูง 3 เซนติเมตร

\therefore พื้นที่รูปสามเหลี่ยมเท่ากับ $\frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ ตารางเซนติเมตร



ตอบ (ข) $\frac{9}{2}$ ตารางเซนติเมตร



6. ห้องเรียน A มีจำนวนนักเรียนมากกว่าห้องเรียน B อยู่ 17 คน ห้องเรียน B มีจำนวนนักเรียนน้อยกว่าห้องเรียน C อยู่ 15 คน จำนวนใดที่เป็นไปได้ของผลรวมของจำนวนนักเรียนทั้ง 3 ห้อง

(ก) 150

(ข) 151

(ค) 152

(ง) 153

(จ) 154

แนวคิด จะได้ ผลรวมของนักเรียนทั้ง 3 ห้อง เท่ากับ $3B + 32 = 3(B+10) + 2$
 นั่นคือ ผลรวมของจำนวนนักเรียนทั้งสามห้องต้องเป็นจำนวนนับที่หารด้วย 3 เหลือเศษ 2
 นั่นคือ 152

ตอบ (ค) 152 คน

7. ถ้าเลือกจำนวน 2 จำนวนที่แตกต่างกันจาก 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 มาแทนค่า x, y แล้ว $2(x+y)^2 + (x-y)^2$ มีค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้เท่าใด

(ก) 75

(ข) 163

(ค) 175

(ง) 187

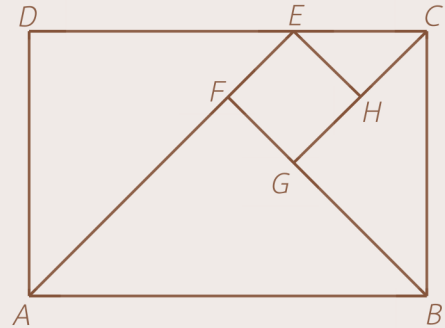
(จ) 200

แนวคิด $2(x+y)^2 + (x-y)^2 = 3x^2 + 3y^2 + 2xy$
 ซึ่งจะมีค่าสูงสุดเมื่อแทน x และ y ด้วย 4,5
 จะได้ $3 \times 4^2 + 3 \times 5^2 + 2 \times 4 \times 5 = 163$

ตอบ (ข) 163



8. แบ่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCD$ ออกเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหน้าจั่ว 4 รูป กับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป ดังรูป ถ้าพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส $EFGH$ เท่ากับ 100 ตารางเซนติเมตร แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCD$ เท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร



- | | |
|----------|----------|
| (ก) 750 | (ข) 1000 |
| (ค) 1100 | (ง) 1200 |
| (จ) 1600 | |

แนวคิด พื้นที่รูป $\square EFGH = 100$ ตารางเซนติเมตร

$$EF = EH = FG = 10 \text{ เซนติเมตร}$$

นั่นคือ $CG = GB = 20$ จะได้ $BC = 20\sqrt{2}$ เซนติเมตร

$$AF = FB = 30 \text{ จะได้ } AB = 30\sqrt{2} \text{ เซนติเมตร}$$

พื้นที่ $\square ABCD = (30\sqrt{2})(20\sqrt{2}) = 1200$ ตารางเซนติเมตร

ตอบ (ง) 1200 ตารางเซนติเมตร





9. นักเรียนกลุ่มหนึ่งพักในโรงแรมแห่งหนึ่ง ถ้านักเรียนเข้าพักห้องละ 5 คน แล้วจะไม่มีห้องว่างสำหรับนักเรียนที่เหลืออีก 6 คน ถ้านักเรียนเข้าพักห้องละ 6 คน จะมีห้องเพียงพอ โดยมีห้องอยู่ห้องหนึ่งที่มีนักเรียนพักน้อยกว่า 6 คน ข้อใดเป็นจำนวนของนักเรียนในกลุ่มนี้ที่เป็นไปไม่ได้

(ก) 46

(ข) 51

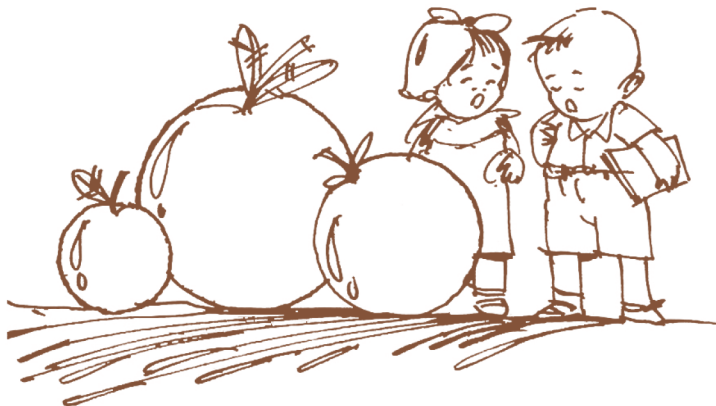
(ค) 56

(ง) 61

(จ) 66

แนวคิด ถ้ามีห้องทั้งหมด x ห้อง
 จะมีนักเรียน $5x + 6$ คน
 ถ้าพักห้องละ 6 คน จะได้
 $6(x-1) + y$ คน เมื่อ $y = 1, 2, 3, 4, 5$
 $5x + 6 = 6(x-1) + y$
 $x + y = 12$
 จะได้ $x + y = 12$
 จะมีนักเรียน 61, 56, 51, 46, 41 คน
 จากตัวเลือก 66 คนเป็นไปไม่ได้

ตอบ (จ) 66 คน





10. ในรูปห้าเหลี่ยม ถ้ามุมหนึ่งมีขนาด 48 องศา มุมที่สองมีขนาดเป็นสามเท่าของมุมแรก มุมที่สามมีขนาดน้อยกว่ามุมที่สอง 30 องศา และมุมที่สี่มีขนาดน้อยกว่ามุมที่ห้า 10 องศา แล้วมุมที่สี่มีขนาดกี่องศา

(ก) 112

(ข) 122

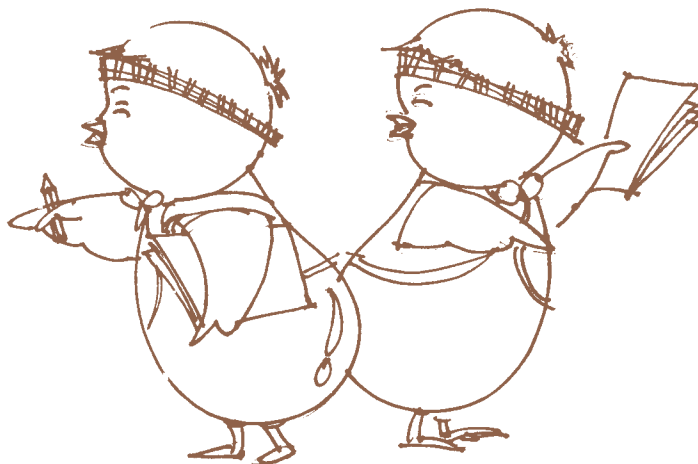
(ค) 132

(ง) 142

(จ) 152

แนวคิด มุมที่ 1 มีขนาด 48°
มุมที่ 2 มีขนาด $3 \times 48 = 144^\circ$
มุมที่ 3 มีขนาด 114°
มุมที่ 4 มีขนาด a°
มุมที่ 5 มีขนาด $(a+10)^\circ$
มุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ $(5-2) \times 180^\circ$
 $\therefore 48 + 144 + 114 + a + a + 10 = 3 \times 180$
 $a = 112^\circ$

ตอบ (ก) 112 องศา





ส่วนที่ 2 ข้อ 11- 20 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก

11. มีเสื้อเชิ้ต 3 ตัว กางเกงขายาว 3 ตัว และรองเท้า 3 คู่ โดยแต่ละคู่เป็นสีเดียวกัน แต่ละชนิดมีสีแดง สีดำ และสีขาว การแต่งตัวต้องสวมเสื้อ 1 ตัว กางเกง 1 ตัว และรองเท้า 1 คู่ มีกี่วิธีที่จะแต่งตัวที่แตกต่างกัน โดยมีอย่างน้อย 1 ชนิด เป็นสีขาว

(ก) 8

(ข) 9

(ค) 18

(ง) 19

(จ) 27

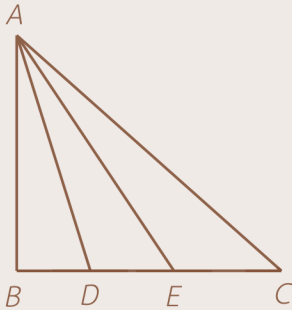
แนวคิด แต่งตัวแบบไม่มีเงื่อนไข ได้ $3 \times 3 \times 3 = 27$ วิธี
 แต่งตัวที่ไม่มีสีขาว ได้ $2 \times 2 \times 2 = 8$ วิธี
 ดังนั้น จะแต่งตัวที่มีสีขาวอย่างน้อย 1 ชนิด ได้ $27 - 8 = 19$ วิธี

ตอบ (ง) 19 วิธี





12.



ในรูปสามเหลี่ยม ABC , \overline{AB} ตั้งฉากกับ \overline{BC} , ถ้า D และ E เป็นจุดบน \overline{BC} ที่ทำให้ $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC$ และ $\angle ADC - \angle BCA = 56^\circ$ แล้ว $\angle BAC$ มีขนาดกี่องศา
(ก) 42° (ข) 45°
(ค) 51° (ง) 60°
(จ) 84°

แนวคิด ให้ $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC = X$
 $\angle BCA = 90 - 3X$
 $\angle ADC = \angle BCA + 56 = 90 - 3X + 56 = 146 - 3X$
 $(146 - 3X) + (90 - 3X) + 2X = 180$
 $X = 14$
 $\therefore \angle BAC = 3 \times 14 = 42^\circ$

ตอบ (ก) 42 องศา





13. ถ้า $\frac{a}{b} = a+1$ และ $\frac{b}{a} = a-1$ แล้ว $\frac{b^2}{(a-1)^2}$ มีค่าเท่าใด

(ก) 1

(ข) 2

(ค) 3

(ง) 4

(จ) 5

แนวคิด $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = (a+1)(a-1)$

$$1 = a^2 - 1$$

$$a^2 = 2$$

$$\frac{b}{a} = a - 1 \Rightarrow \frac{b}{a-1} = a$$

$$\frac{b^2}{(a-1)^2} = a^2 = 2$$

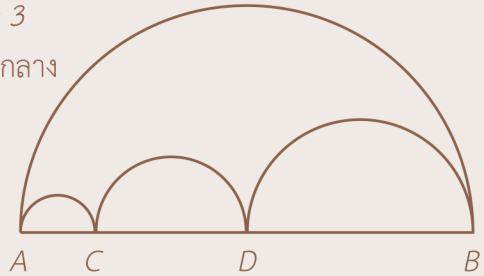
ตอบ (ข) 2





14. C และ D เป็นจุดบน AB ที่ทำให้ $AC : CD : DB = 1 : 2 : 3$

วาดรูปครึ่งวงกลมบนด้านเดียวกันของ AB มีเส้นผ่านศูนย์กลาง AB, AC, CD และ DB ตามลำดับ พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมภายในทั้งสามรูปรวมกันคิดเป็นเศษส่วนเท่าใดของพื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมที่ใหญ่ที่สุด



(ก) $\frac{1}{4}$

(ข) $\frac{1}{3}$

(ค) $\frac{13}{36}$

(ง) $\frac{7}{12}$

(จ) $\frac{7}{18}$

แนวคิด ให้ $AB = 12r$

$$AC = 2r, CD = 4r, BD = 6r$$

$$\text{จะได้พื้นที่ครึ่งวงกลมที่ใหญ่ที่สุด} = \frac{1}{2} \pi (6r)^2 = 18\pi r^2$$

$$\text{พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมสามรูปรวมกัน} = \frac{1}{2} \pi (r^2 + 4r^2 + 9r^2) = 7\pi r^2$$

$$\text{พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมสามรูปรวมกันคิดเป็น } \frac{7}{18} \text{ ของพื้นที่ครึ่งวงกลมที่ใหญ่ที่สุด}$$

ตอบ (จ) $\frac{7}{18}$



15. เหรียญแต่ละเหรียญเป็นเหรียญ 1 ดอลลาร์ หรือ 5 ดอลลาร์ หรือ 10 ดอลลาร์ มีมูลค่ารวม 60 ดอลลาร์ ถ้าแบ่งออกเป็น 3, 4 หรือ 5 กอง โดยแต่ละกองมีมูลค่าเท่ากันแล้วจำนวนเหรียญที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้เป็นกี่เหรียญ

(ก) 6

(ข) 11

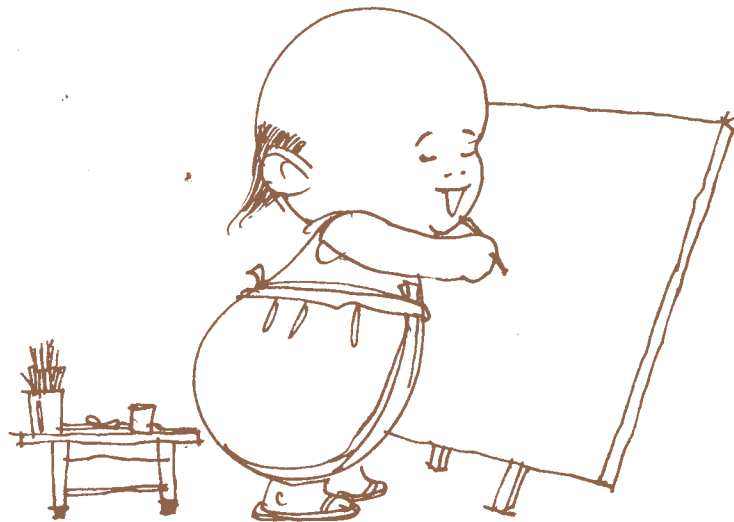
(ค) 15

(ง) 16

(จ) 20

แนวคิด ถ้าแบ่งเป็น 5 กอง จะได้แต่ละกองมีมูลค่า 12 ดอลลาร์ จะต้องมีเหรียญ 1 ดอลลาร์ อยู่ 10 เหรียญ และเหรียญ 10 ดอลลาร์อีก 5 เหรียญ นั่นคือ จะมีจำนวนเหรียญอย่างน้อย 15 เหรียญ แต่ 15 เหรียญ ไม่สามารถแบ่งเป็น 4 กองที่มีมูลค่าเท่ากันได้ แสดงว่าต้องมีเหรียญอย่างน้อย 16 เหรียญ โดยเปลี่ยนเหรียญ 10 ดอลลาร์ 1 เหรียญ เป็นเหรียญ 5 ดอลลาร์ 2 เหรียญ จะทำให้แบ่งเป็นทั้ง 3, 4 หรือ 5 กอง ให้มีมูลค่าเท่ากัน

ตอบ (ง) 16 เหรียญ





17. ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วค่าของ $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$ ที่เป็นไปได้เป็นเท่าใด

(ก) 24

(ข) 54

(ค) 48

(ง) 60

(จ) 100

แนวคิดที่ 1 จากตัวเลือกเป็นจำนวนคู่ทุกจำนวน ดังนั้น ตัวประกอบทั้ง 4 จำนวนต้องเป็นจำนวนคู่หมดหรือจำนวนคี่หมด
 ดังนั้น ผลคูณที่ได้จะมี $2^4 = 16$ เป็นตัวประกอบ
 ดังนั้น จากตัวเลือก มี $16 \times 3 = 48$
 โดย $a = b = c = 2$

แนวคิดที่ 2 $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)$

จากคำตอบเป็นจำนวนคู่ทั้งหมด

กรณีที่ 1 ถ้า a, b, c มีจำนวนคี่เพียงจำนวนเดียว

\therefore จะได้ผลคูณเป็นจำนวนคี่ (ขัดแย้งคำตอบ)

กรณีที่ 2 ถ้า a, b, c มี 2 จำนวนได้เป็นจำนวนคี่

\therefore จะได้ผลคูณเป็นจำนวนคู่ (สอดคล้องคำตอบ)

กรณีที่ 3 ถ้า a, b, c แต่ละจำนวนเป็นจำนวนคี่

\therefore จะได้ผลคูณเป็นจำนวนคี่ (ขัดแย้งคำตอบ)

กรณีที่ 4 ถ้า a, b, c แต่ละจำนวนเป็นจำนวนคู่

\therefore จะได้ผลคูณเป็นจำนวนคี่ (สอดคล้องคำตอบ)

\therefore กรณีที่เป็นไปได้คือ กรณีที่ 2 และกรณีที่ 4

$\therefore (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) = 16M$

จากคำตอบตัวเลือกจะได้ $16M = 48 = 16 \times 3$

ตอบ (ค) 48



19. ในการเลือกตั้งซึ่งมีผู้สมัคร 4 คน เมื่อนับคะแนนจากผู้มาออกเสียง 50 คนแรก พบว่า ผู้สมัครได้คะแนน 11, 12, 13 และ 14 คะแนน ถ้านับคะแนนจากผู้มาออกเสียงต่ออีก 6 คน แล้ววิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่ผู้สมัครคนที่ได้ 13 คะแนนจะเป็นผู้ชนะอย่างแน่นอนมีกี่วิธี
- (ก) 16 (ข) 17 (ค) 18
(ง) 19 (จ) 20

แนวคิด ผู้ที่ได้ 13 คะแนนในครั้งแรกต้องได้คะแนนเพิ่มอีก 2 คะแนน จาก 6 คะแนน จึงจะชนะเสมอ ให้คะแนนสุดท้ายของคะแนนเป็น $15 + x, 14 + y, 12 + z$ และ $11 + t$

$$\text{ดังนั้น } x + y + z + t = 4$$

ถ้า $x = 4$ จะได้ $(y, z, t) = (0, 0, 0)$ มี 1 วิธี

$x = 3$ จะได้ $(y, z, t) = (0, 0, 0)$ มี 3 วิธี

$x = 2$ จะได้ $(y, z, t) = (1, 1, 0), (2, 0, 0)$ มี 6 วิธี

$x = 1$

กรณีที่ 1 $y = 0$ จะได้ $(z, t) = (3, 0), (2, 1)$ มี 4 วิธี

กรณีที่ 2 $y = 1$ จะได้ $(z, t) = (2, 0), (1, 1)$ มี 3 วิธี

$x = 0$ จะได้ $y = 0, (z, t) = (1, 3), (2, 2)$ มี 2 วิธี

จำนวนวิธีทั้งหมดเป็น $1 + 3 + 6 + 4 + 3 + 2 = 19$ วิธี

ตอบ (จ) 19 วิธี





20. กำหนดให้ x, y และ z เป็นจำนวนเฉพาะบวก 3 จำนวนที่แตกต่างกัน ถ้า $x+y+z$ และ $x^2+y^2+z^2$ เป็นจำนวนเฉพาะด้วย แล้วค่าต่ำสุดของ $x+y+z$ เป็นเท่าใด

(ก) 17

(ข) 19

(ค) 23

(ง) 29

(จ) 31

แนวคิดที่ 1 โดยไม่เสียényให้ $x < y < z$

จะได้ $x \neq 2$ เพราะจะทำให้ $x + y + z$ เป็นจำนวนคู่

ถ้า $x > 3$ แล้ว $x^2 \equiv y^2 \equiv z^2 \pmod{3}$

ดังนั้น $x^2 + y^2 + z^2$ หารด้วย 3 ลงตัว

ให้ $x = 3$

ถ้า $x + y + z = 17$ จะได้ $y = z = 3$ หรือ $y = z = 7$ เป็นเท็จ

ถ้า $x + y + z = 19$ จะได้ $y = 5, z = 11$

แต่จะทำให้ $x^2 + y^2 + z^2$ ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ถ้า $x + y + z = 23$ จะได้ $y = 7, z = 13$ และ $3^2 + 7^2 + 13^2$ เป็นจำนวนเฉพาะ
 $3 + 7 + 13 = 23$





แนวคิดที่ 2 x, y, z เป็นจำนวนเฉพาะที่แตกต่างกัน

ให้ $x < y < z$

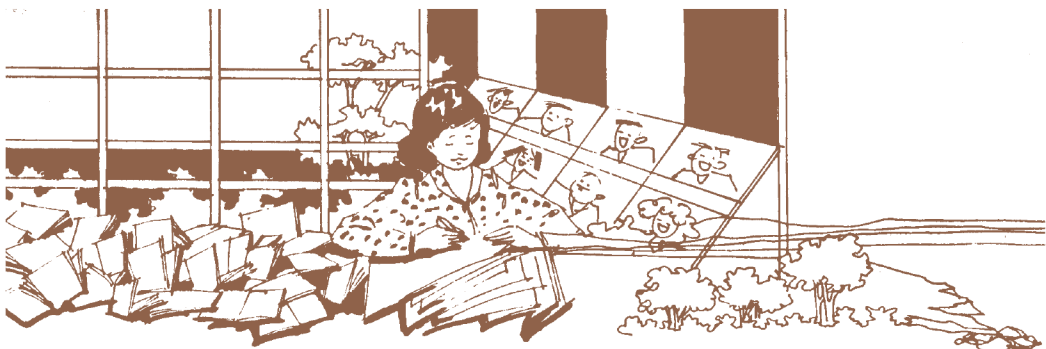
ถ้า $x + y + z$ เป็นจำนวนเฉพาะจะได้ $x \neq 2$

เมื่อพิจารณาจำนวนเฉพาะ 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19... เป็นจำนวนเฉพาะ

โดยตารางแจกแจง

x	y	z	$x + y + z$	$x^2 + y^2 + z^2$	สอดคล้อง
3	5	7	15	-	×
3	5	11	19	155	×
3	5	13	21	-	×
3	7	11	21	-	×
3	7	13	23	227	✓
3	11	13	27	-	×
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-

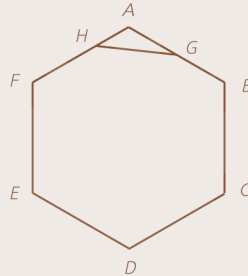
ตอบ (ค) 23



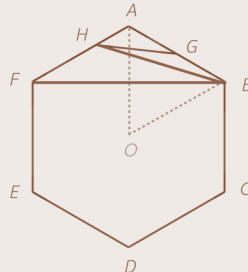


ส่วนที่ 3 ข้อที่ 21 – 25 แบบเติมคำตอบ

21. $ABCDEF$ เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า G เป็นจุดกึ่งกลางของ AB และ H เป็นจุดบน AF ที่ทำให้ $FH = 2AH$ ถ้าพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม AHG เป็น 1 ตารางเซนติเมตร แล้ว $ABCDEF$ มีพื้นที่กี่ตารางเซนติเมตร



แนวคิด



$$AG = GB$$

$$[AHG] = \frac{1}{2} [AHB]$$

$$FH = 2AH$$

$$[AHB] = \frac{1}{3} [ABF]$$

$$[ABF] = 6 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$\text{จากสมการจะได้ } [CDE] = 6 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$[BCEF] = 4 [ABF] = 4 \times 6 = 24 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

$$[ABCDEF] = [ABF] + [BCEF] + [CDE] = 36 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตอบ 36 ตารางเซนติเมตร



22. ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนจริงบวกที่ทำให้ $a(b+c) = 48$, $b(c+a) = 70$ และ $c(a+b) = 88$ แล้ว abc มีค่าเท่าใด

แนวคิด $2(ab + bc + ca) = 48 + 70 + 88 = 206$

$$ab + bc + ca = 103$$

$$bc = 103 - 48 = 55$$

$$ab = 103 - 88 = 15$$

$$ac = 103 - 70 = 33$$

$$a^2 b^2 c^2 = 55 \times 15 \times 33 = 5 \times 11 \times 3 \times 5 \times 11 \times 3$$

$$abc = 5 \times 3 \times 11 = 165$$

ตอบ 165





23. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $b = \sqrt{a^2 - 6a + b} + |b - 9| + 9$ แล้ว b^a มีค่าเท่าใด

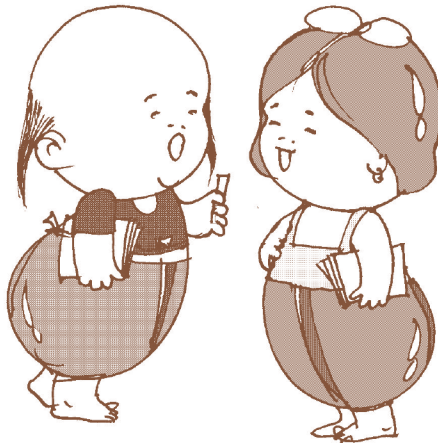
แนวคิด $b - 9 = \sqrt{a^2 - 6a + b} + |b - 9| + 9$ โดย $b \geq 9$

ถ้า $b = 9$ จะได้ $\sqrt{a^2 - 6a + 9} = 0$
 $a^2 - 6a + 9 = 0$
 $a = 3$

จาก $a^2 - 6a + b \geq 0$
 a เป็นจำนวนจริง เมื่อ $36 - 4b \geq 0$
 $b \leq 9$ ขัดแย้ง

ดังนั้นจะได้ $a = 3, b = 9$
 $b^a = 9^3 = 729$

ตอบ 729





24. ถ้า a^2 ทหาร $10 \times 11 \times 12 \times \dots \times 19$ ได้ลงตัว แล้วค่าสูงสุดของ a เป็นเท่าใด

แนวคิด $10 \times 11 \times 12 \times \dots \times 19 = 2^9 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19$

$$a^2 = (2^4)^2 (3^2)^2 (5)^2$$

$$a = 2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$$

ตอบ 720

25. สำหรับการเรียงสับเปลี่ยนของ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 และ 8 นำจำนวนที่สองบวกกับจำนวนแรก คูณผลบวกด้วยจำนวนที่สาม บวกจำนวนที่สี่เข้ากับผลคูณ คูณผลบวกด้วยจำนวนที่ห้า ถ้าทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ แล้วค่าต่ำสุดของผลบวกสุดท้ายเป็นเท่าใด

แนวคิด ให้จำนวนทั้ง 8 เป็น a, b, c, d, e, f, g, h ตามลำดับ

$$\text{จะได้ } [[[(a+b) \times c] + d] \times e + f] \times g + h$$

$$\text{จะมีค่าต่ำสุดเมื่อ } g = 1, e = 2, c = 3$$

$$a = 4, b = 5, d = 6, f = 7, h = 8$$

$$\text{จะได้ } [[[(4+5) \times 3] + 6] \times 2 + 7] \times 1 + 8 = 81$$

ตอบ 81





ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและภาษาอังกฤษ จำนวน 10 ข้อ

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 26 – 30 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ

26. มีกระดาษยาวอยู่แผ่นหนึ่ง ถ้าตัดแบ่งออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ แล้วจะต้องตัดกระดาษอย่างน้อยที่สุดกี่ครั้ง จึงจะได้กระดาษที่มีพื้นที่เป็น $\frac{1}{2048}$ เท่าของพื้นที่ของกระดาษเริ่มต้น

แนวคิด ตัดครั้งที่ 1 จะได้กระดาษที่มีพื้นที่ $\frac{1}{2}$ เท่าของแผ่นเดิม

ตัดครั้งที่ 2 จะได้กระดาษที่มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2^2}$ เท่าของแผ่นเดิม

ตัดครั้งที่ 3 จะได้กระดาษที่มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^3}$ เท่าของแผ่นเดิม

และเนื่องจาก $\frac{1}{2048} = \frac{1}{2^{11}}$

\therefore เขาจะต้องตัดกระดาษทั้งหมด 11 ครั้ง

ตอบ 11 ครั้ง

27. การจัดเลี้ยงนักเรียนกลุ่มหนึ่งจะต้องใช้เงินค่าอาหารทั้งหมด 900 บาท ถ้าในวันจริงนักเรียนไม่มา 5 คน ทำให้ค่าอาหารเฉลี่ยต่อคนเพิ่มขึ้นเป็น 15 บาท แล้วเดิมนักเรียนกลุ่มนี้มีทั้งหมดกี่คน

แนวคิด สมมติให้จำนวนเพื่อนที่จะมาร่วมงานทั้งหมด x คน

\therefore เฉลี่ยค่าอาหารคนละ $\frac{900}{x}$ บาท

เมื่อเพื่อนขาดไป 5 คน เฉลี่ยค่าอาหารคนละ $\frac{900}{x-5}$ บาท

$$\frac{900}{x-5} - \frac{900}{x} = 15$$

$$x^2 - 5x - 300 = 0$$

$$x = 20$$

ตอบ 20 คน



28. จำนวนสองหลักจำนวนหนึ่งมีค่าเป็น 4 เท่าของผลบวกของเลขโดดของจำนวนสองหลักนี้ ถ้านำ 36 มาบวกกับจำนวนนี้ จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนสองหลักที่สลับหลักกัน แล้วผลคูณของเลขโดดของจำนวนสองหลักนี้มีค่าเท่าใด

แนวคิด สมมติให้จำนวนสองหลักมีเลขโดดหลักสิบ คือ a และเลขโดดในหลักหน่วยคือ b เนื่องจากจำนวนสองหลักมีค่าเป็น 4 เท่าของผลบวกของเลขโดดของจำนวนสองหลักนี้ ดังนั้น

$$10a + b = 4(a + b)$$

$$6a - 3b = 0$$

$$2a - b = 0 \text{ --- (1)}$$

และเมื่อนำ 36 มาบวกกับจำนวนสองหลักนี้จะได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนสองหลักที่สลับหลักกัน ดังนั้น $(10a + b) + 36 = 10b + a$

$$9a + 36 = 9b$$

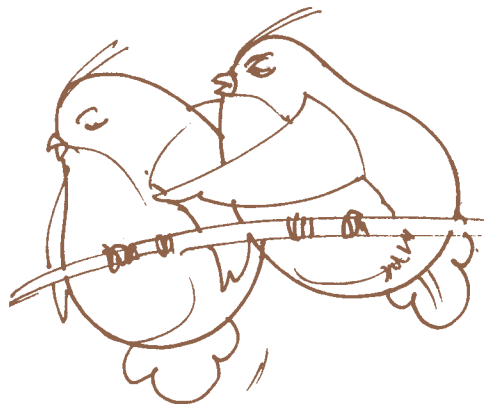
$$b - a = 4 \text{ --- (2)}$$

จาก (1), (2) จะได้ $a = 4$

$$b = 8$$

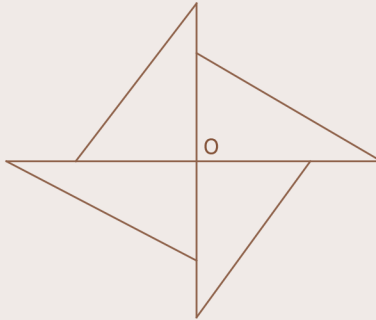
$$a \times b = 4 \times 8 = 32$$

ตอบ 32



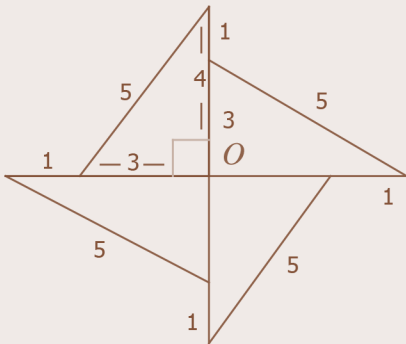


29. รูปที่กำหนดให้ประกอบด้วยรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการ 4 รูป ถ้ารูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปมีความยาวด้านประกอบมุมฉากยาว 4 เซนติเมตร และ 3 เซนติเมตร แล้วรูปที่กำหนดให้นี้มีเส้นรอบรูปยาวกี่เซนติเมตร



แนวคิด จากรูปพิจารณามุมรอบจุด O เท่ากับ 360°
 ดังนั้นรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูปจะเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีด้านประชิดมุม O ยาว 4 เซนติเมตร และ 3 เซนติเมตร

หาความยาวด้านตรงข้ามมุม O สมมติเป็น a จะได้



$$a^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\therefore a = 5$$

จากโจทย์จะได้ความยาวแต่ละด้านดังรูป

$$\therefore \text{ความยาวรอบรูปเท่ากับ } 4 \times 6 = 24 \text{ เซนติเมตร}$$

ตอบ 24 เซนติเมตร



30. 604 เป็นจำนวนที่เท่าใดของลำดับ 4, 6, 10, 16, ...

แนวคิด ให้ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นจำนวนที่ 1, 2, 3 ของแบบรูป

$$a_1 = 4 = 1(1-1) + 4$$

$$a_2 = 6 = 2(2-1) + 4$$

$$a_3 = 10 = 3(3-1) + 4$$

\vdots

$$a_n = n(n-1) + 4$$

เนื่องจาก $n(n-1) + 4 = 604$

$$n(n-1) = 600$$

$$n^2 - n - 600 = 0$$

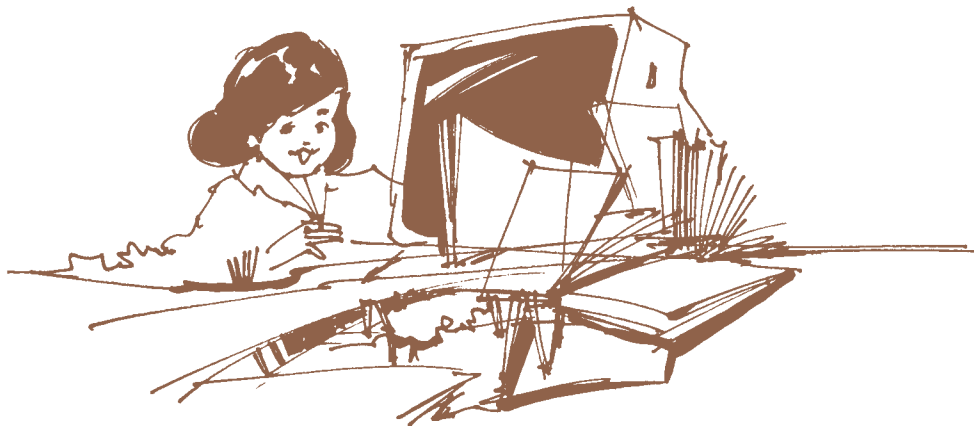
$$(n-25)(n+24) = 0$$

$$n = 25, -24$$

ดังนั้น $n = 25$

นั่นคือ 604 คือ จำนวนที่ 25

ตอบ 25





31. Let $x^2 + y^2 = 10$ and $xy = 3$. If $x < y$ and $y^2 - x^2 > 0$ then find the value of $y^2 - x^2$.

แนวคิด

$$x^2 + y^2 = 10$$

$$xy = 3$$

$$2xy = 6$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 16$$

$$(x + y)^2 = 16$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 4$$

$$(x - y)^2 = 4$$

$$(x + y)^2 (x - y)^2 = 16 \times 4$$

$$x^2 - y^2 = 8, -8$$

แต่ $x < y$ และ $y^2 - x^2 > 0$

$$\therefore y^2 - x^2 = 8$$

ตอบ 8

32. Let $A + B = C$, $C + D = E$, $A + E = F$ and $B + D + F = 45$

If $A = 4$ then find the value of $4E$.

แนวคิด

$$A + B = C \quad \text{---(1)}$$

$$C + D = E \quad \text{---(2)}$$

(1)+(2); $A + B + C + D = C + E$

$$A + B + D = E \quad \text{---(3)}$$

จาก $B + D + F = 45$

$$\therefore B + D = 45 - F \quad \text{แทนใน (3)}$$

$$A + 45 - F = E \quad \text{---(4)}$$

แต่ $A - F = -E \quad \text{แทนใน (4)}$

$$-E + 45 = E$$

$$2E = 45$$

$$4E = 90$$

ตอบ 90



33. Let A be a counting number which divisible by 7 but A is divided by 3,4,5 and 6 with remainder 2. What is the value of A ?

แนวคิด ค.ร.น. ของ 3,4,5 และ 6 คือ 60

จำนวนที่ต้องการ คือ $A = 60B + 2$ ที่เป็นพหุคูณของ 7

$$A = 60B + 2$$

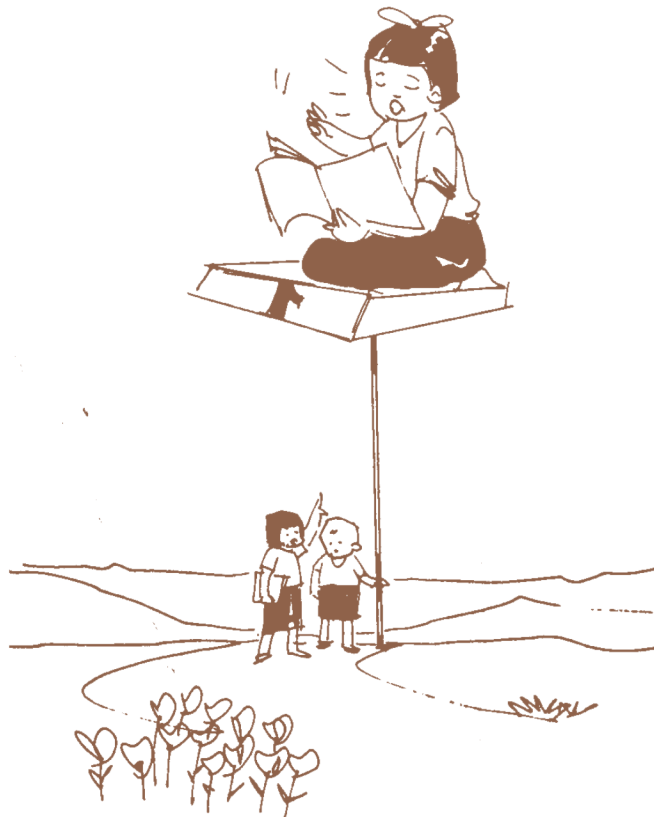
$$\frac{A}{7} = \frac{60B + 2}{7}$$

$$= \frac{56B}{7} + \frac{4B+2}{7}$$

ดังนั้น ค่าที่น้อยที่สุดของ B คือ 3

\therefore จำนวนที่ต้องการคือ $A = (60 \times 3) + 2 = 182$

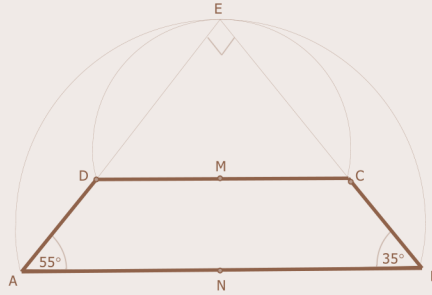
ตอบ 182





34. Trapezoid $ABCD$ has $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\hat{DAB} = 55^\circ$, $\hat{ABC} = 35^\circ$, $AB = 2558$ cm and $DC = 2016$ cm If M and N are midpoint of \overline{DC} and \overline{AB} respectively, what is the length of \overline{MN} in cm.

แนวคิด



ต่อด้าน AD ไปทาง D และต่อด้าน BC ไปทาง C พบกันที่จุด E
 เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ จะได้ $\hat{EDC} = \hat{EAB} = 55^\circ$ และ $\hat{ECD} = \hat{EBA} = 35^\circ$

จะได้ว่า $\triangle DEC$ และ $\triangle AEB$ เป็น \triangle มุมฉาก

สร้างครึ่งวงกลมที่มี M เป็นจุดศูนย์กลาง โดยให้ $\triangle DEC$ อยู่แนบใน

จะได้ว่า $DM = CM = EM = \frac{2016}{2} = 1008$ เซนติเมตร

สร้างครึ่งวงกลมที่มี N เป็นจุดศูนย์กลาง โดยให้ $\triangle AEB$ อยู่แนบใน

จะได้ว่า $AN = BN = EN = \frac{2558}{2} = 1279$ เซนติเมตร

เนื่องจาก $\triangle DME$ เป็น \triangle หน้าจั่วที่มี $\hat{MDE} = \hat{MED} = 55^\circ$

และ $\triangle ANE$ เป็น \triangle หน้าจั่วที่มี $\hat{NAE} = \hat{NEA} = 55^\circ$

จะได้ว่า E, M และ N อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

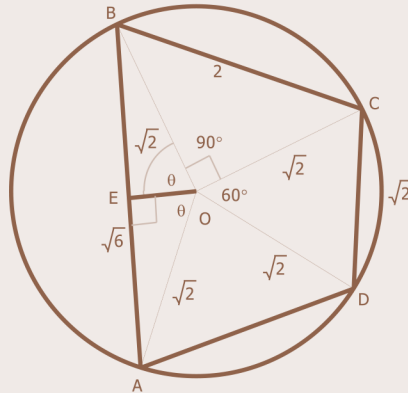
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } MN &= EN - EM \\ &= 1279 - 1008 \text{ เซนติเมตร} \\ &= 271 \text{ เซนติเมตร} \end{aligned}$$

ตอบ 271 cm



35. Quadrilateral $ABCD$ is inscribed in a circle with radius $\sqrt{2}$ cm. If the length of \overline{AB} , \overline{BC} and \overline{CD} is $\sqrt{6}$, 2 and $\sqrt{2}$ cm respectively. What is the length of \overline{AD} in cm.

แนวคิด



สมมติ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ลาก \overline{OE} มาตั้งฉากกับ \overline{AB} ทำให้ $BE = AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$$\text{จะได้ } \sin(\widehat{BOE}) = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\widehat{BOE} = 60^\circ$$

$$\widehat{AOE} = 60^\circ$$

เนื่องจาก มุมรอบจุดศูนย์กลาง O เท่ากับ 360°

จะได้ $\widehat{AOD} = 90^\circ$

โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส ; $AD^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$

$$= 2 + 2$$

$$= 4$$

$$\therefore AD = 2 \text{ cm}$$

ตอบ 2 cm

แบบทดสอบคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2559

(รอบสอง ระดับประเทศ)





สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559
(รอบสอง ระดับประเทศ)

แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

สอบวันที่ 14 มีนาคม พ.ศ. 2559 เวลา 09.00 – 11.30 น. (2 ชั่วโมง 30 นาที)

คำชี้แจง

- แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ ประเภทเลือกตอบและประเภทเติมคำตอบ (ไม่ต้องแสดงวิธีทำ) มีจำนวน 5 หน้า จำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 140 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง 30 นาที
- แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน มีจำนวน 25 ข้อ ดังนี้
 - ตอนที่ 1** แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น 3 ส่วน
 - ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 20 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 40 คะแนน
 - ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 – 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 20 คะแนน รวม 40 คะแนน
 - ตอนที่ 2** แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและภาษาอังกฤษ จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น 2 ส่วน
 - ส่วนที่ 1 ข้อที่ 16 – 20 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 ข้อที่ 21 – 25 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
- กระดาษคำตอบมี 2 ชุด ให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล ชื่อโรงเรียน สพพ./สพม. เขต ศูนย์สอบ ห้องสอบ เลขที่นั่งสอบ ให้ครบทั้ง 2 ชุด ด้วยปากกา
 - กระดาษคำตอบ ชุดที่ 1 ให้เขียนและระบาย คำตอบเลขประจำตัวสอบ 10 หลัก เขียนและระบายคำตอบ ตอนที่ 1 ส่วนที่ 1 – 2 (ข้อที่ 1 – 13) และตอนที่ 2 ส่วนที่ 1 – 2 (ข้อที่ 16 – 25) ด้วยดินสอดำ 2B
 - กระดาษคำตอบ ชุดที่ 2 ให้เขียนเลขประจำตัวสอบ 10 หลัก และแสดงวิธีทำ ตอนที่ 1 ส่วนที่ 3 (ข้อที่ 14 – 15) ด้วยปากกา
- คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบและให้ตรงกับข้อคำถาม
- อนุญาตให้ทศหรือขีดเขียนในแบบทดสอบ
- ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือเครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใด ๆ ในการคำนวณ
- นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
- การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ

แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ

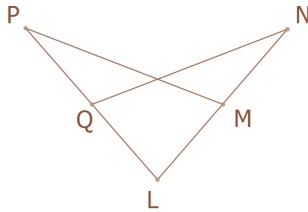
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ตัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต



ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ
คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น 3 ส่วน

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

1. กำหนดให้ $\triangle PLM \sim \triangle NLQ$
ถ้า $\hat{P}LA = 88^\circ$ $\hat{L}PM = 26^\circ$
แล้ว $\hat{N}QL$ มีขนาดกี่องศา



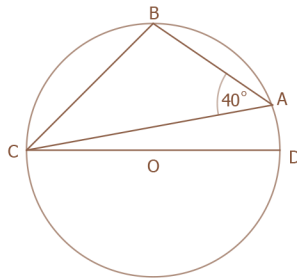
- (1) 30 (2) 45 (3) 62 (4) 66 (5) 70

2. ค่าของ x ที่สอดคล้องกับ $12^{2x} \cdot 14^x = 2016^3$ เป็นเท่าใด

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

3. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\hat{B}AC = 40^\circ$ แล้ว $\hat{B}CD$ มีขนาดกี่องศา

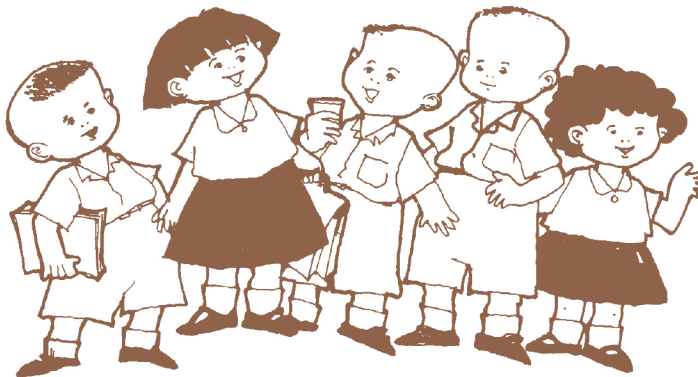
- (1) 30
(2) 40
(3) 45
(4) 50
(5) 60





4. สมานเขียนจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 50 บนกระดาษ สมส่วนลอกจำนวนแต่ละจำนวนของสมาน มาเขียนในกระดาษของตนเองโดยเปลี่ยนจำนวนที่มีเลขโดด 3 ให้เป็นเลขโดด 1 และเลขโดด 5 ให้เป็นเลขโดด 4 ทั้งสมานและสมส่วนต่างหาผลรวมของจำนวนของตนเอง แล้วผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมานมากกว่าผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมส่วนอยู่เท่าใด
- (1) 100 (2) 195 (3) 200 (4) 225 (5) 315

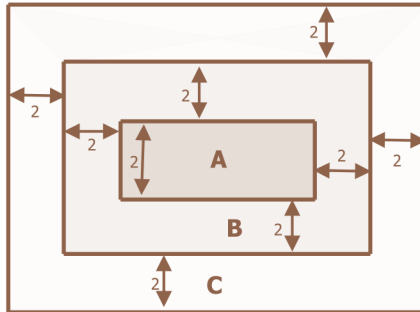
5. เลือกจำนวนแบบสุ่ม 3 จำนวน จากจำนวน 1 ถึง 10 ไม่ซ้ำกัน ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนคี่เป็นเท่าใด
- (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{2}{9}$ (5) $\frac{10}{12}$





ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

- จำนวนเต็มบวก n ที่มีค่าไม่เกิน 100 โดยที่ $n^2 + 9$ หารด้วย 5 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน
- กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a^2 - b^2 = 5005$ แล้วผลบวกของค่า a ที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็นเท่าใด
- กำหนดให้ A และ B เป็นจุดบนวงกลม เส้นสัมผัสวงกลมที่ A และ B พบกันที่จุด C Q เป็นจุดบน \overline{AC} ทำให้ $AQ = 234$ หน่วย และ R เป็นจุดบน \overline{BC} ทำให้ $BR = 432$ หน่วย ถ้า \overline{BA} ตัด \overline{RQ} ที่จุด P และ $PR = 2016$ หน่วย แล้ว PQ เท่ากับกี่หน่วย
- ชาครีสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่าง ๆ กัน 3 รูป ตามภาพด้านล่าง ให้ A, B และ C เป็นพื้นที่ส่วนที่แรเงาของแต่ละส่วน ถ้า $A + C = 2B$ แล้วความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่ A ตารางหน่วยยาวกี่หน่วย



- ผลบวกของคำตอบของสมการ $12^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$ มีค่าเท่าใด



11. เขียนจำนวนเต็มบวกโดยใช้ตัวเลข 2 , 8 และ 9 เท่านั้น แล้วเรียงจำนวนที่ได้จากจำนวนที่มีค่าน้อยไปหาจำนวนที่มีค่ามาก 2, 8, 9 , 22 , 28, ... ถ้า 28 เป็นจำนวนที่อยู่ในลำดับที่ 5 แล้ว 2998 เป็นจำนวนที่อยู่ในลำดับที่เท่าใด
12. จงหาจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดจากจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกัน n จำนวน ซึ่งมี 52 อยู่ในกลุ่มนี้ด้วย และสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้
1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนในกลุ่มทั้ง n จำนวนนี้เป็น 39
 2. ถ้านำ 52 ออกจากกลุ่มจะทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนที่เหลือในกลุ่มเป็น 38
13. จำนวนสิบหลักซึ่งสร้างจากเลขโดด 2 , 3 , 4 โดยที่ผลต่างของเลขโดด 2 จำนวนใด ๆ ที่อยู่ติดกันเท่ากับ 1 เสมอ มีทั้งหมด m จำนวน คือ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_m$ ถ้า $s(n_1)$ แทนผลบวกของเลขโดดของ n_1 เช่น $s(2559) = 21$ แล้ว $s(n_1) + s(n_2) + s(n_3) + \dots + s(n_m)$ เท่ากับเท่าใด





ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 – 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 20 คะแนน
(แสดงวิธีทำในกระดาษคำตอบ)

14. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี $\hat{A}BC = 17^\circ$, $\hat{A}CB = 43^\circ$, $\hat{C}BD = 34^\circ$ ถ้า $\hat{A}DB = 13^\circ$
แล้ว $\hat{B}DC$ มีขนาดกี่องศา

15. ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์มี 11 ข้อ

ข้อ 1, 2, 3 ข้อละ 4 คะแนน

ข้อ 4, 5 ข้อละ 3 คะแนน

ข้อ 6 - 11 ข้อละ 2 คะแนน

จะมีวิธีเลือกทำข้อสอบได้กี่วิธีที่จะทำให้ได้คะแนนร้อยละ 60





ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ
จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น 2 ส่วน

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 16 – 20 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ

16. ถ้า $f(x) = \frac{1}{3^x + \sqrt{3}}$

แล้ว $\sqrt{3}[f(-5) + f(-4) + f(-3) + f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + \dots + f(5) + f(6)]$

มีค่าเท่าใด

17. ลูกโป่งหนึ่งมีลูกบอล 40 ลูก เป็นสีแดง a ลูก เป็นสีขาวย b ลูก และสีดำ c ลูก สุ่มหยิบลูกบอลขึ้นมา 1 ลูก และเป็นจริงตามเงื่อนไขต่อไปนี้

ก. ถ้าเพิ่มจำนวนลูกบอลสีขาวเป็นสองเท่าของจำนวนลูกบอลสีขาวเดิม จะทำให้ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มหยิบ ได้ลูกบอลสีแดงมีค่าน้อยกว่าความน่าจะเป็นของการสุ่มหยิบได้ลูกบอลสีแดงก่อนเพิ่มอยู่ $\frac{3}{88}$

ข. ถ้านำลูกบอลสีแดงทุกลูกออกจากกล่อง จะทำให้ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มหยิบได้ลูกบอลสีขาวมีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นของการสุ่มหยิบได้ลูกบอลสีขาวก่อนนำลูกบอลสีแดงออกไปอยู่ $\frac{3}{56}$
จงหาค่าของ $a + c - b$





18. ให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่แนบในวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง โดยมี $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และมุม AOD มีขนาด 60 องศา และส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็น 20 เซนติเมตร ถ้ารูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มีพื้นที่ a ตารางเซนติเมตรแล้ว $\sqrt{3a}$ มีค่าเท่าใด

19. กำหนด x, y และ z เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาจำนวนของ (x, y, z) ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข ต่อไปนี้

ก. ค.ร.น. ของ x, y เป็น 72

ข. ค.ร.น. ของ x, z เป็น 600 และ

ค. ค.ร.น. ของ y, z เป็น 900

20. คอร์ด CD ขนานกับเส้นผ่านศูนย์กลาง AB ของวงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง โดยจุด C อยู่ใกล้จุด A เส้นสัมผัสที่สัมผัสวงกลมที่จุด A พบ \overline{BC} และ \overline{BD} ที่ต่อออกไปที่จุด E และ F ตามลำดับ ถ้า $AB = 15$ หน่วย แล้ว $|\overline{AE}| \cdot |\overline{AF}|$ มีค่าเท่าใด

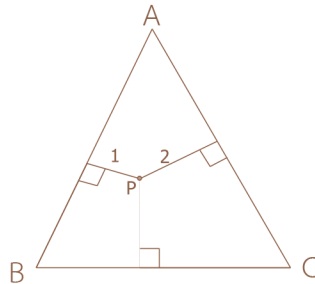




ส่วนที่ 2 ข้อที่ 21 – 25 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ

21. Let x, y are integers such that $xy + x - y = 13$ and $x^2 + y^2 = 25$
 What is the value of $x - y$?

22. In the figure below, a point P is inside an equilateral triangle with side length $4\sqrt{3}$ so that the distance from P to the two sides are 1 and 2. Find the distance from P to the third side.



23. How many positive integers n satisfy the following condition : $(130n)^{50} > n^{100} > 2^{200}$?

24. If $A = \frac{4}{3 \times 7 \times 11} + \frac{4}{7 \times 11 \times 15} + \frac{4}{11 \times 15 \times 19} + \frac{4}{15 \times 19 \times 23} + \frac{4}{19 \times 23 \times 27}$
 then find the value of $4347A$.

25. There are 47 distinct positive integers on the board, the sum of which is 2016.
 At most how many of these positive integers are odd?

แนวคิด

แบบทดสอบคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2559

(รอบสอง ระดับประเทศ)

ตอนที่ 1 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย

ส่วนที่ 1 ข้อ 1 - 5

ส่วนที่ 2 ข้อ 9 - 13

ส่วนที่ 3 ข้อ 14 - 15

ตอนที่ 2 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย

และฉบับภาษาอังกฤษ

ส่วนที่ 1 ข้อ 16 - 20 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย

ส่วนที่ 2 ข้อ 21 - 25 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ



สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2559
(รอบสอง ระดับประเทศ)

แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา
สอบวันที่ 14 มีนาคม พ.ศ. 2559 เวลา 09.00 – 11.30 น. (2 ชั่วโมง 30 นาที)

คำชี้แจง

- แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ ประเภทเลือกตอบและประเภทเติมคำตอบ (ไม่ต้องแสดงวิธีทำ) มีจำนวน 22 หน้า จำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 140 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง 30 นาที
- แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน มีจำนวน 25 ข้อ ดังนี้
ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น 3 ส่วน
ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 20 คะแนน
ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 40 คะแนน
ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 – 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 20 คะแนน รวม 40 คะแนน
ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและภาษาอังกฤษ จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น 2 ส่วน
ส่วนที่ 1 ข้อที่ 16 – 20 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน
ส่วนที่ 2 ข้อที่ 21 – 25 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
- กระดาษคำตอบมี 2 ชุด ให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล ชื่อโรงเรียน สพป./สพม. เขต ศูนย์สอบ ห้องสอบ เลขที่นั่งสอบ ให้ครบทั้ง 2 ชุด ด้วยปากกา
- กระดาษคำตอบ ชุดที่ 1 ให้เขียนและระบายคำตอบประจำตัวสอบ 10 หลัก เขียนและระบายคำตอบ ตอนที่ 1 ส่วนที่ 1 – 2 (ข้อที่ 1 – 13) และตอนที่ 2 ส่วนที่ 1 – 2 (ข้อที่ 16 – 25) ด้วยดินสอดำ 2B
- กระดาษคำตอบ ชุดที่ 2 ให้เขียนเลขประจำตัวสอบ 10 หลัก และแสดงวิธีทำ ตอนที่ 1 ส่วนที่ 3 (ข้อที่ 14 – 15) ด้วยปากกา
- คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบและให้ตรงกับข้อคำถาม
- อนุญาตให้ทศหรือขีดเขียนในแบบทดสอบ
- ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือเครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใด ๆ ในการคำนวณ
- นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
- การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ

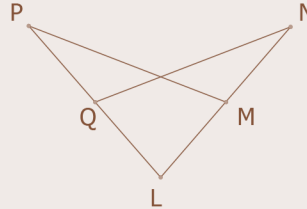
แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ดัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต



ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ
คะแนนเต็ม 100 คะแนน แบ่งเป็น 3 ส่วน

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

1. กำหนดให้ $\triangle PLM \sim \triangle NLQ$
ถ้า $\hat{PLA} = 88^\circ$ $\hat{LPM} = 26^\circ$
แล้ว \hat{NQL} มีขนาดกี่องศา



- (1) 30 (2) 45 (3) 62 (4) 66 (5) 70

แนวคิด

$$\begin{aligned} \triangle PML &\sim \triangle NLQ \\ \hat{LPM} &= \hat{LNQ} = 26^\circ \\ \hat{PLN} + \hat{LNQ} + \hat{NQL} &= 180^\circ \\ 88^\circ + 26^\circ + \hat{NQL} &= 180^\circ \\ \hat{NQL} &= 66^\circ \end{aligned}$$

ตอบ (4) 66

2. ค่าของ x ที่สอดคล้องกับ $12^{2x} \cdot 14^x = 2016^3$ เป็นเท่าใด

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

แนวคิด

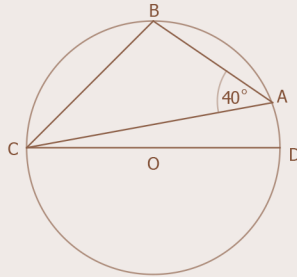
$$\begin{aligned} 12^{2x} \cdot 14^x &= (2^5 \times 3^2 \times 7)^3 \\ (2^2)^{2x} \cdot 3^{2x} \cdot 2^x \cdot 7^x &= 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 7^3 \\ 2^{5x} \cdot 3^{2x} \cdot 7^x &= 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 7^3 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

ตอบ (2) 3

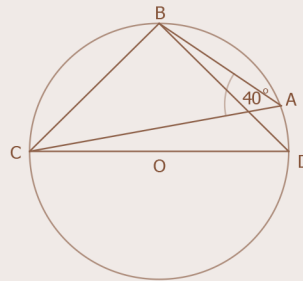


3. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ถ้า $\hat{BAC} = 40^\circ$ แล้ว \hat{BCD} มีขนาดกี่องศา

- (1) 30
- (2) 40
- (3) 45
- (4) 50
- (5) 60



แนวคิด



ลาก \overline{BD} : $\hat{BDC} = 40^\circ$ (มุมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกับมุม \hat{BAC})

แต่ $\hat{CBD} = 90^\circ$

$$\therefore \hat{BCD} = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

ตอบ (4) 50 องศา



4. สมานเขียนจำนวนตั้งแต่ 1 ถึง 50 บนกระดาษ สมส่วนลอกจำนวนแต่ละจำนวนของสมานมาเขียนในกระดาษของตนเองโดยเปลี่ยนจำนวนที่มีเลขโดด 3 ให้เป็นเลขโดด 1 และเลขโดด 5 ให้เป็นเลขโดด 4 ทั้งสมานและสมส่วนต่างหาผลรวมของจำนวนของตนเอง แล้วผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมานมากกว่าผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมส่วนอยู่เท่าใด
- (1) 100 (2) 195 (3) 200 (4) 225 (5) 315

แนวคิด

เลขโดด 3 ที่อยู่ในหลักสิบ จะถูกลดลงครั้งละ 20 ไป 10 ครั้ง
เลขโดด 3 ที่อยู่ในหลักหน่วย จะถูกลดลงครั้งละ 2 ไป 5 ครั้ง
ดังนั้น จะถูกลดค่าไป $(10 \times 20) + (5 \times 2) = 210$

เลขโดด 5 ที่อยู่ในหลักสิบ จะถูกลดลงครั้งละ 10 ไป 1 ครั้ง
เลขโดด 5 ที่อยู่ในหลักหน่วย จะถูกลดลงครั้งละ 1 ไป 5 ครั้ง
ดังนั้น จะถูกลดค่าไป $10 + 5 = 15$

จะถูกลดลงทั้งหมด $210 + 15 = 225$

\therefore ผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมานมากกว่าผลรวมของจำนวนทั้งหมดของสมส่วนอยู่ 225

ตอบ (4) 225

5. เลือกจำนวนแบบสุ่ม 3 จำนวน จากจำนวน 1 ถึง 10 ไม่ซ้ำกัน ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลคูณของจำนวนทั้งสามเป็นจำนวนคี่เป็นเท่าใด

- (1) $\frac{1}{12}$ (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{2}{9}$ (5) $\frac{10}{12}$

แนวคิด

$$n(S) = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 4 = 120$$

$$n(E) = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$\text{ความน่าจะเป็น} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

ตอบ (1) $\frac{1}{12}$



ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

6. จำนวนเต็มบวก n ที่มีค่าไม่เกิน 100 โดยที่ $n^2 + 9$ หารด้วย 5 ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

แนวคิด

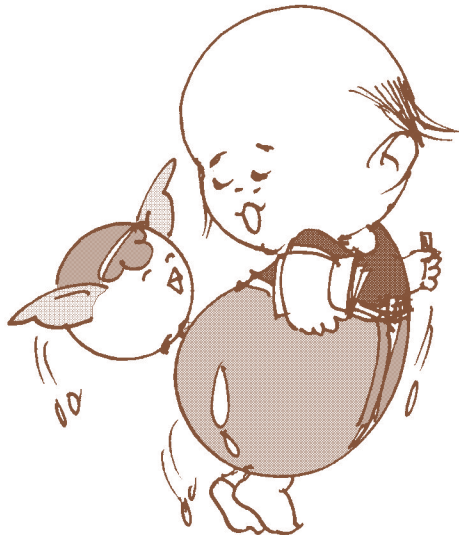
$$5|(n^2 + 9) \Rightarrow 5|(n^2 + 4)$$

แสดงว่า n^2 เป็นจำนวนที่ลงท้ายด้วย 1 หรือ 6 เท่านั้น

ดังนั้น n จะต้องลงท้ายด้วย 1, 4, 6, 9

นั่นคือ จำนวนเต็มบวก n ที่มีค่าไม่เกิน 100 และลงท้ายด้วย 1, 4, 6, 9 จะมีทั้งหมด 40 จำนวน

ตอบ 40 จำนวน





7. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a^2 - b^2 = 5005$ แล้วผลบวกของค่า a ที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นเท่าใด

แนวคิด 1 $(a - b)(a + b) = 5 \times 7 \times 11 \times 13$

ได้ $a + b = p$

$a - b = q$

$2a = p + q$

\therefore ผลรวมของค่า $2a$ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด = ผลรวมของตัวประกอบทั้งหมดของ $5 \times 7 \times 11 \times 13$
 $= (1+5)(1+7)(1+11)(1+13) = 8064$

\therefore ผลรวมของค่า a ทั้งหมด = 4032

แนวคิด 2 $(a - b)(a + b) = 5 \times 7 \times 11 \times 13$

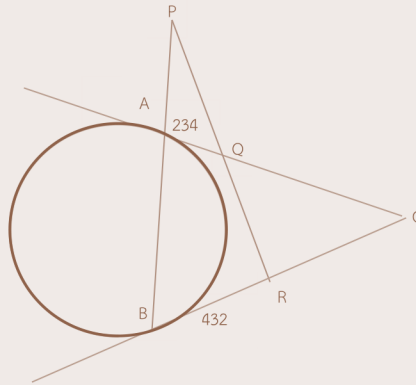
$a - b$	$a + b$	$2a$	a	b
1	5005	5006	2503	2502
5	1001	1006	503	498
7	715	722	361	354
11	455	466	233	222
13	385	398	199	186
35	143	178	89	54
55	91	146	73	18
65	77	142	71	6
รวม			4032	

ตอบ 4032



8. กำหนดให้ A และ B เป็นจุดบนวงกลม เส้นสัมผัสวงกลมที่ A และ B พบกันที่จุด C Q เป็นจุดบน \overline{AC} ทำให้ $AQ = 234$ หน่วย และ R เป็นจุดบน \overline{BC} ทำให้ $BR = 432$ หน่วย ถ้า \overline{BA} ตัด \overline{RQ} ที่จุด P และ $PR = 2016$ หน่วย แล้ว PQ เท่ากับกี่หน่วย

แนวคิด



ลาก $\overline{QM} \parallel \overline{AB}$ จะได้ $\triangle PRB \sim \triangle QRM$

$$\frac{PR}{QR} = \frac{RB}{RM}$$

$$\frac{2016}{QR} = \frac{432}{198}$$

$$QR = \frac{198}{432} \times 2016$$

$$= 924$$

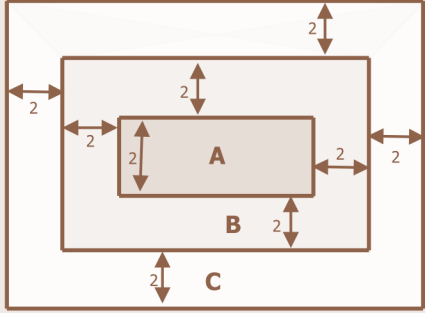
$$\therefore PQ = 2016 - 924$$

$$= 1092$$

ตอบ 1092



9. ชาครีสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่าง ๆ กัน 3 รูป ตามภาพด้านล่าง ให้ A , B และ C เป็นพื้นที่ส่วนที่แรเงาของแต่ละส่วน ถ้า $A + C = 2B$ แล้วความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่ A ตารางหน่วย ยาวกี่หน่วย



แนวคิด

ให้

$$A = 2n$$

$$B = 6(n+4) - 2n = 4n + 24$$

$$C = 10(n+8) - 6(n+4) = 4n + 56$$

จะได้

$$2n + 4n + 56 = 2(4n + 24)$$

$$6n + 56 = 8n + 48$$

$$8 = 2n$$

$$n = 4$$

รูป A มีความยาวรอบรูปยาว $2 \times (4+2) = 12$ หน่วย

ตอบ 12 หน่วย

แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์
รอบสอง พ.ศ. 2559



10. ผลบวกของคำตอบของสมการ $12^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด

$$3^x \cdot 4^x - 2(3^x) - 9(4^x) + 18 = 0$$

$$3^x(4^x - 2) - 9(4^x - 2) = 0$$

$$(4^x - 2)(3^x - 9) = 0$$

$$4^x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$3^x - 9 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$2 + \frac{1}{2} = 2.5$$

ตอบ 2.5





11. เขียนจำนวนเต็มบวกโดยใช้ตัวเลข 2 , 8 และ 9 เท่านั้น แล้วเรียงจำนวนที่ได้จากจำนวนที่มีค่าน้อยไปหาจำนวนที่มีค่ามาก 2, 8, 9 , 22 , 28, ... ถ้า 28 เป็นจำนวนที่อยู่ในลำดับที่ 5 แล้ว 2998 เป็นจำนวนที่อยู่ในลำดับที่เท่าใด

แนวคิด

จำนวนที่มี 1 หลัก มี 3 จำนวน

จำนวนที่มี 2 หลัก มี 3^2 จำนวน

จำนวนที่มี 3 หลัก มี 3^3 จำนวน

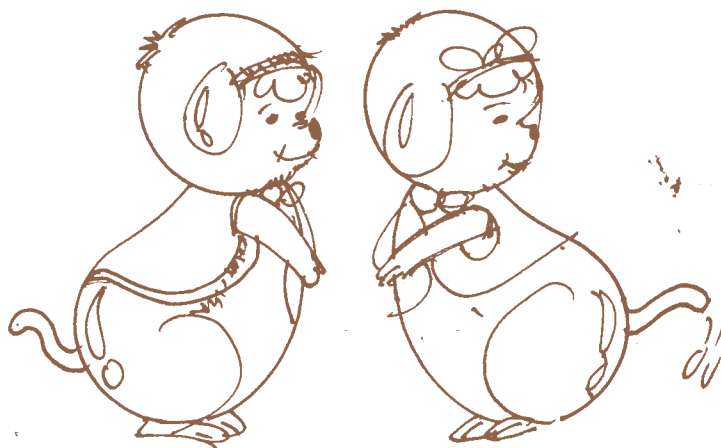
จำนวนที่มี 4 หลักมีหลักพันเป็น 2 มี 3^3 จำนวน

ดังนั้น จำนวนที่มีค่าไม่เกิน 2999 มีทั้งหมด $3+3^2 + 3^3 + 3^3 = 66$

2999 เป็นจำนวนที่ 66

จะได้ 2998 เป็นจำนวนที่ 65

ตอบ 65





12. จงหาจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดจากจำนวนเต็มบวกที่ต่างต่างกัน n จำนวน ซึ่งมี 52 อยู่ในกลุ่มนี้ด้วย และสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนในกลุ่มทั้ง n จำนวนนี้เป็น 39
2. ถ้านำ 52 ออกจากกลุ่มจะทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนที่เหลือในกลุ่มเป็น 38

แนวคิด

ให้จำนวนของกลุ่มเป็น n และ

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \text{ โดย } a_n = 52$$

จะได้ $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 39n$

และ $a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} = 38(n-1)$

$$39n = 38(n-1) + 52$$

$$39n = 38n - 38 + 52$$

$$n = 14$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{13} = 38 \times 13 = 494$$

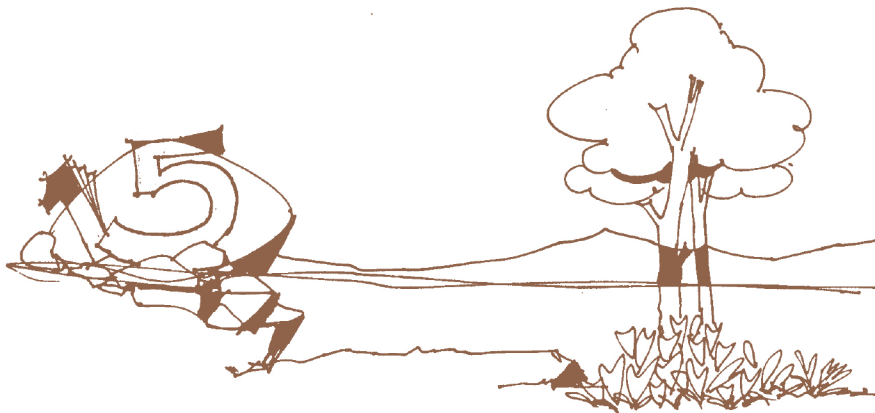
$$a_{13} = 494 - (a_1 + a_2 + \dots + a_{12})$$

a_{13} จะมากที่สุดเมื่อ $a_1 + a_2 + \dots + a_{12}$ มีค่าน้อยที่สุด

ได้ $a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 1+2+\dots+12 = 78$

$$a_{13} \leq 494 - 78 = 416$$

ตอบ 416





13. จำนวนสิบหลักซึ่งสร้างจากเลขโดด 2, 3, 4 โดยที่ผลต่างของเลขโดด 2 จำนวนใด ๆ ที่อยู่ติดกันเท่ากับ 1 เสมอ มีทั้งหมด m จำนวน คือ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_m$ ถ้า $s(n_1)$ แทนผลบวกของเลขโดดของ n_1 เช่น $s(2559) = 21$ แล้ว $s(n_1) + s(n_2) + s(n_3) + \dots + s(n_m)$ เท่ากับเท่าใด

แนวคิด



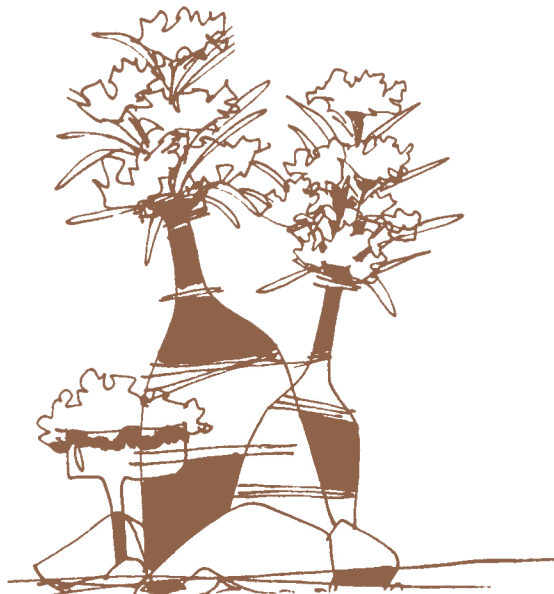
จะสร้างจำนวน 10 หลักได้ $2^5 \times 2 = 64$ จำนวน

ซึ่งให้ $n_i = 2343432323$ ก็จะมี $n_j = 4323234343$

ซึ่ง $n_i + n_j = 6666666666$ เสมอ

$$\begin{aligned} \therefore s(n_1) + s(n_2) + s(n_3) + \dots + s(n_m) &= 32 \times 60 \\ &= 1,920 \end{aligned}$$

ตอบ 1,920

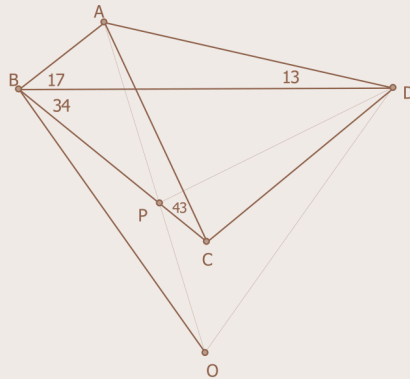




ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 – 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 20 คะแนน
 (แสดงวิธีทำในกระดาษคำตอบ)

14. กำหนดให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยม มี $\hat{A}BC = 17^\circ$, $\hat{A}CB = 43^\circ$, $\hat{C}BD = 34^\circ$ ถ้า $\hat{A}DB = 13^\circ$
 แล้ว $\hat{B}DC$ มีขนาดกี่องศา

แนวคิด



กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมที่ล้อมรอบ $\triangle ABD$

และ \overline{AO} ตัด \overline{BC} ที่ P _____ 5 คะแนน

1. $\triangle OBD$ เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า $\hat{A}OB = 2\hat{A}DB = 26^\circ = \hat{O}BP$

2. $\therefore \hat{P}DB = \hat{P}DO = 30^\circ$

3. $\hat{A}CP = \hat{A}DP = 43^\circ$

□ $ADCP$ แนบในวงกลม

$\therefore \hat{C}AP = \hat{C}DP = 9^\circ$ _____ 10 คะแนน

$\hat{B}DC = 39^\circ$ _____ 3 คะแนน

ตอบ 39 องศา _____ 2 คะแนน

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์
 รอบสอง พ.ศ. 2559



15. ข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์มี 11 ข้อ

ข้อ 1, 2, 3 ข้อละ 4 คะแนน

ข้อ 4, 5 ข้อละ 3 คะแนน

ข้อ 6 - 11 ข้อละ 2 คะแนน

จะมีวิธีเลือกทำข้อสอบได้กี่วิธีที่จะทำให้ได้คะแนนร้อยละ 60

แนวคิด

คะแนนเต็ม $4 \times 3 + 3 \times 2 + 2 \times 6 = 12 + 6 + 12 = 30$

จะทำให้ได้ 60% จะต้องทำให้ได้คะแนน $\frac{60}{100} \times 30 = 18$ คะแนน _____ (2 คะแนน)

กรณีที่ 1

ข้อ	จำนวนที่เลือก	คะแนน	จำนวนวิธี
1, 2, 3	1	4	3 วิธี
4, 5	2	6	1 วิธี
6, 7, 8, 9, 10, 11	4	8	$\binom{6}{4} = 15$ วิธี

กรณีนี้ได้ $3 \times 1 \times 15 = 45$ วิธี _____ (4 คะแนน)

กรณีที่ 2

ข้อ	จำนวนที่เลือก	คะแนน	จำนวนวิธี
1, 2, 3	2	8	$\binom{3}{2} = 3$ วิธี
4, 5	2	6	1 วิธี
6, 7, 8, 9, 10, 11	2	4	$\binom{6}{2} = 15$ วิธี

กรณีนี้ได้ $3 \times 1 \times 15 = 45$ วิธี _____ (4 คะแนน)



กรณีที่ 3

ข้อ	จำนวนที่เลือก	คะแนน	จำนวนวิธี
1, 2, 3	3	12	$\binom{3}{3} = 1$ วิธี
4, 5	2	6	1 วิธี

กรณีนี้ได้ $1 \times 1 = 1$ วิธี _____ (2 คะแนน)

กรณีที่ 4

ข้อ	จำนวนที่เลือก	คะแนน	จำนวนวิธี
1, 2, 3	3	12	1 วิธี
6, 7, 8, 9, 10, 11	3	6	$\binom{6}{3} = 20$ วิธี

กรณีนี้ได้ $1 \times 20 = 20$ วิธี _____ (4 คะแนน)

กรณีที่ 5

ข้อ	จำนวนที่เลือก	คะแนน	จำนวนวิธี
4, 5	2	6	1 วิธี
6, 7, 8, 9, 10, 11	6	12	1 วิธี

กรณีนี้ได้ $1 \times 1 = 1$ วิธี _____ (2 คะแนน)

รวมทุกกรณีได้ $45 + 45 + 1 + 20 + 1 = 112$ วิธี

ตอบ 112 วิธี _____ (2 คะแนน)



ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ
จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 40 คะแนน แบ่งเป็น 2 ส่วน

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 16 – 20 แบบทดสอบฉบับภาษาไทย แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ

16. ถ้า $f(x) = \frac{1}{3^x + \sqrt{3}}$

แล้ว $\sqrt{3} [f(-5) + f(-4) + f(-3) + f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + \dots + f(5) + f(6)]$

มีค่าเท่าใด

แนวคิด

$$\begin{aligned} f(x) + f(1-x) &= \frac{1}{3^x + \sqrt{3}} + \frac{1}{3^{1-x} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{3^x + \sqrt{3}} + \frac{1}{\frac{3}{3^x} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{3^x + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{3^x} + 1 \right)} \\ &= \frac{1}{3^x + \sqrt{3}} + \frac{3^x}{\sqrt{3} (\sqrt{3} + 3^x)} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 3^x}{\sqrt{3} (3^x + \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\therefore f(-5) + f(1+5) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$f(-4) + f(1+4) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

⋮

$$f(-1) + f(0) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

มี 6 คู่จะได้ $\sqrt{3} \left[\frac{6}{\sqrt{3}} \right] = 6$

ตอบ 6



17. ลูกบอลหนึ่งมีลูกบอล 40 ลูก เป็นสีแดง a ลูก เป็นสีขาว b ลูก และสีดำ c ลูก สุ่มหยิบลูกบอลขึ้นมา 1 ลูก และเป็นจริงตามเงื่อนไขต่อไปนี้

ก. ถ้าเพิ่มจำนวนลูกบอลสีขาวเป็นสองเท่าของจำนวนลูกบอลสีขาวเดิม จะทำให้ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มหยิบ ได้ลูกบอลสีแดงมีค่าน้อยกว่าความน่าจะเป็นของการสุ่มหยิบได้ลูกบอลสีแดง ก่อนเพิ่มอยู่ $\frac{3}{88}$

ข. ถ้านำลูกบอลสีแดงทุกลูกออกจากกล่อง จะทำให้ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มหยิบได้ลูกบอลสีขาว มีค่ามากกว่าความน่าจะเป็นของการสุ่มหยิบได้ลูกบอลสีขาวก่อนนำลูกบอลสีแดงออกไปอยู่ $\frac{3}{56}$
 จงหาค่าของ $a + c - b$

แนวคิด

$$a + b + c = 40 \quad \dots\dots\dots (1)$$

เงื่อนไข ก ทำให้ $\frac{a}{40+b} = \frac{a}{40} - \frac{3}{88}$

$$\frac{a}{40} - \frac{a}{40+b} = \frac{3}{88}$$

$$\frac{ab}{40+b} = \frac{15}{11} \quad \dots\dots\dots (2)$$

เงื่อนไข ข ทำให้ $\frac{b}{40-a} = \frac{b}{40} + \frac{3}{56}$

$$\frac{b}{40-a} - \frac{b}{40} = \frac{3}{56}$$

$$\frac{ab}{40-a} = \frac{15}{7} \quad \dots\dots\dots (3)$$

(2) ÷ (3); $\frac{40-a}{40+b} = \frac{7}{11}$

$$440 - 11a = 280 + 7b$$

$$b = \frac{160-11a}{7} \quad \dots\dots\dots (4)$$

แทนค่า b ใน (3) $11a^2 - 175a + 600 = 0$ ได้ $a = 5$

แทนค่า a ใน (4) ได้ $b = 15$

แทนค่า a, b ใน (1) ได้ $c = 20$

$$a + c - b = 5 + 20 - 15 = 10$$

ตอบ 10

แนวข้อสอบแบบทดสอบคณิตศาสตร์
 รอบสอง พ.ศ. 2559



18. ให้ $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่แนบในวงกลมที่มี O เป็นจุดศูนย์กลาง โดยมี $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และมุม AOD มีขนาด 60 องศา และส่วนสูงของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็น 20 เซนติเมตร ถ้ารูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มีพื้นที่ a ตารางเซนติเมตรแล้ว $\sqrt{3}a$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด

จาก $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่แนบในวงกลม จะได้ว่า $AD = BC$

ดังนั้น $\angle ABD = \angle BDC = 30$ องศา

และ $AC = BD = 40$ เซนติเมตร

จะได้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยม $ABCD = a = \frac{1}{2} (40\sqrt{3})(20) = 400\sqrt{3}$ ตารางเซนติเมตร

$$\sqrt{3}a = 1,200 \text{ ตารางเซนติเมตร}$$

ตอบ 1,200 ตารางเซนติเมตร





19. กำหนด x, y และ z เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาจำนวนของ (x, y, z) ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข ต่อไปนี้

ก. ค.ร.น. ของ x, y เป็น 72

ข. ค.ร.น. ของ x, z เป็น 600 และ

ค. ค.ร.น. ของ y, z เป็น 900

แนวคิด

$$[x, y] = 72 = 2^3 \cdot 3^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$[x, z] = 600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$[y, z] = 900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

จาก (2) และ (3) แสดงว่า z ทหารด้วย 25 ลงตัว

จาก (1) และ (2) , x ทหารด้วย 8 ลงตัว

จาก (1) และ (3) , y ทหารด้วย 9 ลงตัว

$$\text{ให้ } x = 2^a \times 3^b \times 5^c,$$

$$y = 2^d \times 3^e \times 5^f$$

$$z = 2^g \times 3^h \times 5^i$$

$$\max(a, d) = 3, \max(b, e) = 2,$$

$$\max(a, g) = 3,$$

$$\max(b, h) = 1, \max(c, i) = 2$$

$$\max(d, g) = 2, \max(e, h) = 2, c = f = 0$$

$$\text{ดังนั้น } x = 2^a \cdot 3^b$$

$$x = 2^d \cdot 3^e$$

$$\max(d, g) = 2$$

เราทราบว่า $a = 3, \max(h, b) = 1$ ดังนั้น $e = 2$

$$\max(d, g) = 2$$

ถ้า $\max(b, h) = 1$ แล้ว $(b, h) = (1, 0), (0, 1), (1, 1)$

ถ้า $\max(d, g) = 2$ แล้ว $(d, g) = (2, 0), (2, 1), (2, 2), (1, 2), (0, 2)$

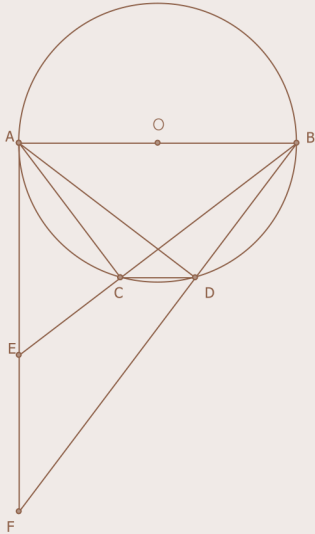
ดังนั้น จะมีได้ทั้งหมด $5 \times 3 = 15$

ตอบ 15



20. คอร์ด \overline{CD} ขนานกับเส้นผ่านศูนย์กลาง \overline{AB} ของวงกลมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง โดยจุด C อยู่ใกล้จุด A เส้นสัมผัสที่สัมผัสวงกลมที่จุด A พบ \overline{BC} และ \overline{BD} ที่ต่อออกไปที่จุด E และ F ตามลำดับ ถ้า $AB = 15$ หน่วย แล้ว $|AE| \cdot |AF|$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด



$$\angle ACD + \angle CAB = 180^\circ, \angle ACD + \angle ABD = 180^\circ$$

ดังนั้น $\angle CAB + \angle ABD$ และรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่ว

$$\overline{AD} \perp \overline{BF}, \overline{AC} \perp \overline{BE}$$

$$\angle EAC + \angle AEC = \angle EAC + \angle BAC = 90^\circ \text{ จะได้ } \angle AEC = \angle BAC$$

นั่นคือ $\angle FBA = \angle AEC$

ดังนั้น $\triangle EAB \sim \triangle BAF$

$$|AE| \cdot |AF| = |AB|^2 = 225$$

ตอบ 225



ส่วนที่ 2 ข้อที่ 21 – 25 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ

21. Let x, y are integers such that $xy + x - y = 13$ and $x^2 + y^2 = 25$
 What is the value of $x - y$?

Solution จาก $x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy = 25$

ให้ $A = xy$ และ $B = x - y$

จะได้สมการใหม่เป็น

$$A + B = 13 \quad \text{--- (1)}$$

$$B^2 + 2A = 25 \quad \text{--- (2)}$$

$$(1) \times 2; \quad 2A + 2B = 26 \quad \text{--- (3)}$$

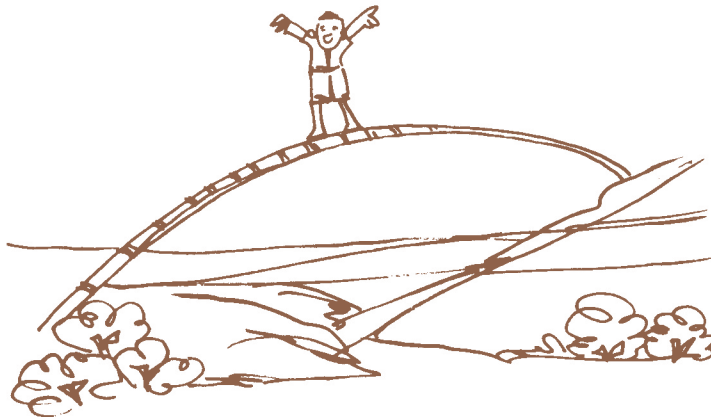
$$(2) - (3); \quad B^2 - 2B = -1$$

$$B^2 - 2B + 1 = 0$$

$$(B - 1)^2 = 0$$

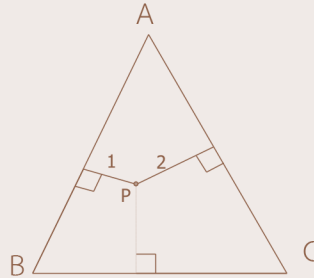
$$B = 1 = x - y$$

Ans.1





22. In the figure below, a point P is inside an equilateral triangle with side length $4\sqrt{3}$ so that the distance from P to the two sides are 1 and 2. Find the distance from P to the third side.



Solution.

พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC = พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABP + พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ACP +
พื้นที่รูปสามเหลี่ยม PBC

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times (1+2+h)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 16 \times 3 = 2\sqrt{3} \times (3+h)$$

$$12\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(3+h)$$

$$6 = 3 + h$$

$$h = 3$$

Ans. 3





23. How many positive integers n satisfy the following condition : $(130n)^{50} > n^{100} > 2^{200}$?

Solution.

ถอดรากที่ 50

$$130n > n^2 > 24$$

$$130n > n^2$$

$$130n - n^2 > 0$$

$$n(130 - n) > 0$$

$$0 < n < 130 \text{ และ } n > 4$$

พิจารณา $[5, 129]$ จะได้ $n = 129 - 5 + 1 = 125$

Ans. 125





$$24. \text{ If } A = \frac{4}{3 \times 7 \times 11} + \frac{4}{7 \times 11 \times 15} + \frac{4}{11 \times 15 \times 19} + \frac{4}{15 \times 19 \times 23} + \frac{4}{19 \times 23 \times 27}$$

then find the value of $4347A$.

Solution

$$\begin{aligned} \frac{4}{3 \times 7 \times 11} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3 \times 7} - \frac{1}{7 \times 11} \right) \\ \frac{4}{7 \times 11 \times 15} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{7 \times 11} - \frac{1}{11 \times 15} \right) \\ \frac{4}{11 \times 15 \times 19} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{11 \times 15} - \frac{1}{15 \times 19} \right) \\ \frac{4}{15 \times 19 \times 23} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{15 \times 19} - \frac{1}{19 \times 23} \right) \\ \frac{4}{19 \times 23 \times 27} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{19 \times 23} - \frac{1}{23 \times 27} \right) \\ A &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3 \times 7} - \frac{1}{23 \times 27} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{621 - 21}{3 \times 7 \times 23 \times 27} \right) \\ &= \frac{300}{3 \times 7 \times 23 \times 27} \\ \therefore 4347A &= 4347 \times \frac{300}{3 \times 7 \times 23 \times 27} = 100 \end{aligned}$$

Ans. 100



25. There are 47 distinct positive integers on the board, the sum of which is 2016.
At most how many of these positive integers are odd?

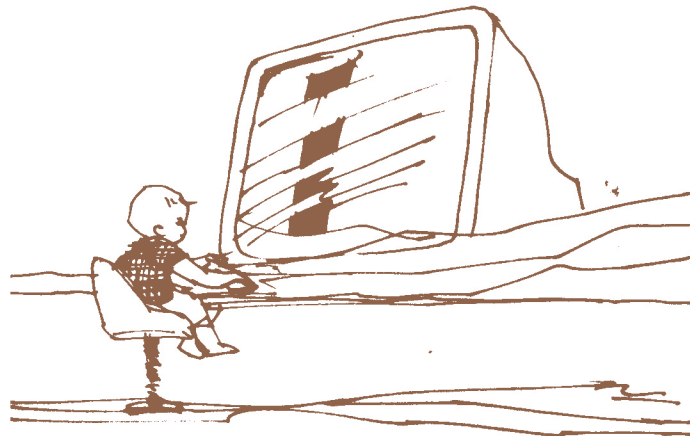
Solution Clearly, we must have an odd number of odd integers, or otherwise, the total sum will NOT be odd.

If there are 45 distinct odd integers, $1 + 3 + \dots + 89 = 45^2 = 2025 > 2016$.

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + \dots + 89 = 2016$.

Hence, at most 44 of them are odd.

Ans. 44



แบบทดสอบคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2560

(รอบแรก ระดับพื้นที่การศึกษา)

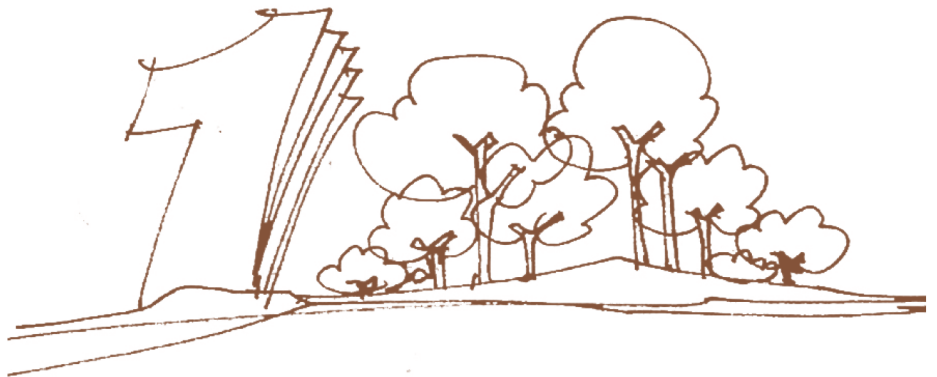
ตอนที่ 1 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย

ส่วนที่ 1 ข้อ 1 - 15

ส่วนที่ 2 ข้อ 16 - 25

ตอนที่ 2 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาอังกฤษ

ข้อ 26 - 30





สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560
(รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา)
แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา
สอบวันที่ 22 มกราคม 2560 เวลา 09.00 – 11.00 น.

คำชี้แจง

1. **แบบทดสอบฉบับนี้** เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ แบบเลือกตอบและเติมคำตอบ (**ไม่ต้องแสดงวิธีทำ**) มีจำนวน 7 หน้า จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 120 นาที
2. **แบบทดสอบ** แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 85 คะแนน แบ่งเป็น 2 ส่วน
ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 15 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 45 คะแนน
ส่วนที่ 2 ข้อที่ 16 – 25 แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 40 คะแนน
ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 15 คะแนน
ข้อที่ 26 – 30 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
3. **กระดาษคำตอบ** มี 1 หน้า ให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล เลขประจำตัวสอบ ห้องสอบ ชื่อโรงเรียน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ให้ครบ
4. คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบเท่านั้นและให้ตรงกับข้อคำถาม
5. **ไม่อนุญาต** ให้นำเครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือ เครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใดๆ เข้าห้องสอบ
6. นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
7. **การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ**

แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ดัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต

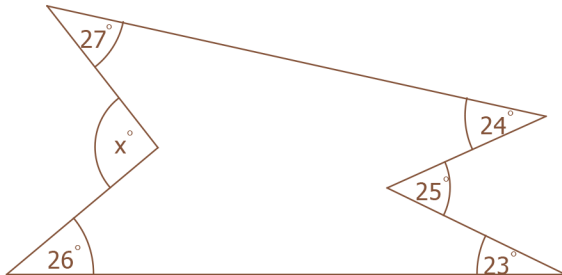


ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 25 ข้อ

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 15 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ

- เมื่อนำ 123456789 คูณด้วย 9 ผลลัพธ์ที่ได้จะปรากฏตัวเลข 1 ทั้งหมดกี่ตัว
(ก) 0 (ข) 1 (ค) 5 (ง) 8 (จ) 9
- ผลบวกของเลขโดดของผลลัพธ์ $10^{2017} - 2017$ มีค่าเท่าใด
(ก) 2000 (ข) 2014 (ค) 1826 (ง) 18136 (จ) 18144
- ข้อใดเรียงค่าจากน้อยไปหามาก
(ก) $2^{5555}, 3^{3333}, 6^{2222}$ (ข) $2^{5555}, 6^{2222}, 3^{3333}$ (ค) $3^{3333}, 6^{2222}, 2^{5555}$
(ง) $3^{3333}, 2^{5555}, 6^{2222}$ (จ) $6^{2222}, 3^{3333}, 2^{5555}$

- จากรูป x มีค่าเท่าใด



- (ก) 65
(ข) 70
(ค) 75
(ง) 80
(จ) 85

- กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้ถูก
(ก) ถ้า $a < b < 0$ แล้ว จะได้ $ab < a^2$ (ข) ถ้า $a^2 < b^2$ แล้ว จะได้ $a < b$
(ค) ถ้า $|a| < |b|$ แล้ว จะได้ $a < b$ (ง) ถ้า $a < b$ แล้ว จะได้ $a^2 < b^2$
(จ) ถ้า $0 < ab < a^2$ แล้ว จะได้ $a < b$



6. ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีเส้นรอบรูปยาว 56 นิ้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านยาวต่อด้านกว้างเป็น 4 : 3 แล้วรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีเส้นทแยงมุมยาวกี่นิ้ว
 (ก) 17.5 (ข) 20 (ค) 25 (ง) 40 (จ) 45
7. ถ้า $P(x) = P(x + 1) - x$ และ $P(0) = 5$ แล้ว $P(3)$ มีค่าเท่าใด
 (ก) 2 (ข) 4 (ค) 6 (ง) 8 (จ) 11
8. สารละลายชนิดหนึ่งประกอบด้วยกรดและน้ำ นักเคมีนำสารละลายที่มีความเข้มข้น 48% มาผสมกับสารละลายที่มีความเข้มข้น 80% แล้วเติมน้ำอีก 2 ลิตร ทำให้ได้สารละลายสุดท้ายที่มีความเข้มข้น 40% ถ้านักเคมีคนนี้ต้องการสารละลายสุดท้ายที่มีความเข้มข้น 40% จำนวน 10 ลิตร แล้วเขาต้องใช้สารละลายที่มีความเข้มข้น 48% จำนวนกี่มิลลิลิตร (1 ลิตร = 1,000 มิลลิลิตร)
 (ก) 7,500 (ข) 8,000 (ค) 8,500 (ง) 9,000 (จ) 9,500
9. ถ้าด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งยาว $2\sqrt{3}$ และ 6 หน่วย แล้วส่วนสูงที่ลากจากมุมฉากมาตั้งฉากกับด้านตรงข้ามมุมฉากมีความยาวกี่หน่วย
 (ก) 1 (ข) 2 (ค) 3 (ง) 4 (จ) 5
10. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนนับที่เรียงติดต่อกันโดยที่ $a < b$ ถ้ากำลังสองของ a และกำลังสองของ b ต่างกันอยู่ 191 แล้วกำลังสองของ a เป็นเท่าใด
 (ก) 8,649 (ข) 8,836 (ค) 9,025 (ง) 9,034 (จ) 9,409





11. ต้องการนำเลขโดด 3 ตัว คือ 4, 2, 9 มาเขียนเป็นจำนวนนับ โดยให้เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน
ความน่าจะเป็นที่จะเขียนเป็นจำนวนที่น้อยกว่า 500 มีค่าเท่าใด

- (ก) $\frac{2}{3}$ (ข) $\frac{4}{5}$ (ค) $\frac{11}{15}$ (ง) $\frac{13}{15}$ (จ) $\frac{14}{15}$

12. สุ่มหยิบตัวอักษรภาษาอังกฤษ 2 ตัวจาก “THAILAND”
ความน่าจะเป็นที่ได้ตัวอักษรเป็นสระและพยัญชนะอย่างละตัวมีค่าเท่าใด

- (ก) $\frac{3}{8}$ (ข) $\frac{5}{8}$ (ค) $\frac{3}{56}$ (ง) $\frac{8}{56}$ (จ) $\frac{15}{56}$

13. ให้ \overline{ab} แทนจำนวนเต็มบวก 2 หลัก ถ้า $\overline{a3} \times 3648 = \overline{3a} \times 7968$ แล้ว $2a + 1$ แทนจำนวนใด

- (ก) 9 (ข) 11 (ค) 13 (ง) 15 (จ) 17

14. ถ้า $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างยาว 2 หน่วย และเส้นทแยงมุมแต่ละเส้นยาว 4 หน่วย
แล้วรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

- (ก) $2\sqrt{3}$ (ข) $2\sqrt{6}$ (ค) $4\sqrt{3}$ (ง) $4\sqrt{6}$ (จ) $8\sqrt{3}$

15. ให้ x เป็นจำนวนจริง กำหนด $\lfloor x \rfloor$ แทนจำนวนเต็มที่มากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x
ถ้า p และ q เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 7x + 11 = 0$ โดยที่ $p > q$ แล้ว $\lfloor p - q \rfloor$ มีค่าเท่าใด

- (ก) -2 (ข) -3 (ค) 2 (ง) 3 (จ) 6



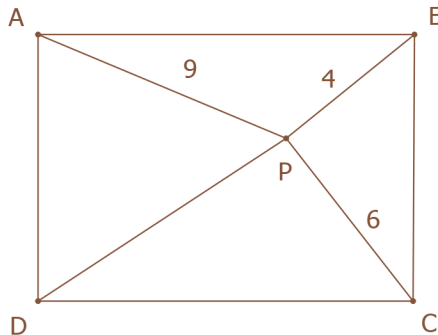


ส่วนที่ 2 ข้อที่ 16 – 25 แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

16. นายต่อเนื่องใช้กระบวนการต่อไปนี้ในการเขียนลำดับของจำนวน โดยมีเงื่อนไขดังนี้
 ให้จำนวนแรกของลำดับนี้เป็น 6 จำนวนในลำดับถัดไปได้จากการโยนเหรียญเที่ยงตรงหนึ่งเหรียญ
 ถ้าขึ้นหัว เขาจะเขียนด้วยจำนวนที่น้อยกว่าสองเท่าของจำนวนในลำดับก่อนหน้าที่อยู่ติดกัน อยู่ 1
 แต่ถ้าขึ้นก้อย เขาจะเขียนจำนวนด้วยจำนวนที่มากกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนในลำดับนี้ก่อนหน้าที่ติดกัน
 อยู่ 1 เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ
 ถ้าความน่าจะเป็นของพจน์ที่ 4 ของลำดับนี้เป็นจำนวนเต็มเท่ากับ A แล้ว $16A$ มีค่าเท่าใด

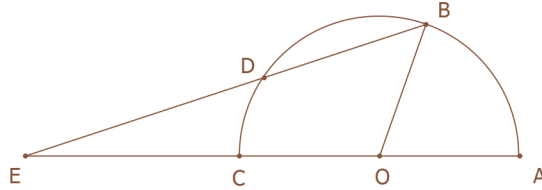
17. จำนวนเต็มบวกที่หาร $\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^{2560}$ ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

18. ให้ p เป็นจุดอยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCD$ ถ้า $PA = 9$ หน่วย , $PB = 4$ หน่วย , $PC = 6$ หน่วย
 และ $PD = x$ หน่วย แล้ว x^2 มีค่าเท่าใด

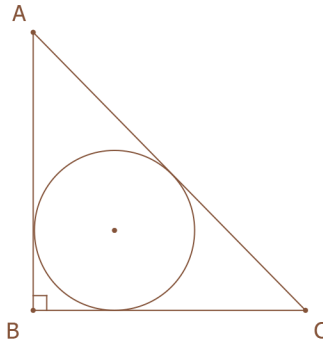




19. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี r หน่วย ถ้า $ED = r$ หน่วยและขนาดของมุม DEC คิดเป็น K เท่าของขนาดของมุม BOA แล้ว $27K$ มีค่าเท่าใด



20. จากรูป ถ้า $ABC = 90^\circ$, $BC = 3$ หน่วย และรัศมีของวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 1 หน่วย แล้ว AC เท่ากับกี่หน่วย



21. ถ้า $a + b = 15$ แล้ว $a^3 + b^3 + 45ab$ มีค่าเท่าใด
22. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของห้องเรียนหนึ่ง มีนักเรียน 10 คน ได้คะแนนคนละ 100 คะแนน นักเรียน 2 คนได้ 0 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เหลือเป็น 72 คะแนน ถ้าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งห้องเป็น 76 คะแนน แล้วจำนวนนักเรียนในห้องเรียนนี้มีกี่คน



23. เด็กหญิงห้าคนคือ กานดา ขจี ครวญสิริ งามตา และจรรยา เล่นเกมกระต่ายกับเต่า โดยแต่ละคน จะสมมติให้ตัวเองเป็นเต่าหรือกระต่ายอย่างใดอย่างหนึ่ง ถ้าเป็นเต่าจะพูดเท็จเสมอและถ้าเป็นกระต่าย จะพูดจริงเสมอ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- กานดา พูดว่า ขจีเป็นกระต่าย
- ครวญสิริ พูดว่า งามตาเป็นเต่า
- จรรยา พูดว่า กานดาไม่ใช่เต่า
- ขจี พูดว่า ครวญสิริไม่ใช่กระต่าย
- งามตา พูดว่า ทั้งจรรยาและกานดาเป็นสัตว์คนละประเภทกัน

จากข้อมูลข้างต้น มีกี่คนที่สมมติว่าตัวเองเป็นเต่า

24. กำหนดให้ P แทนจำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 200 ซึ่งมีจำนวนเต็มบวก a และ b ที่ทำให้ $a^2 + b^2 = p$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

25. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนาม ซึ่งมี a, b, c และ d เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$

$$\frac{P\left(-\frac{1}{2}\right) + P\left(\frac{1}{2}\right)}{P(0)} = \frac{P\left(-\frac{1}{3}\right) + P\left(\frac{1}{3}\right)}{P(0)} = 6$$

แล้ว $\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ad} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{bd} + \frac{1}{cd}$ มีค่าเท่าใด





ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ข้อ

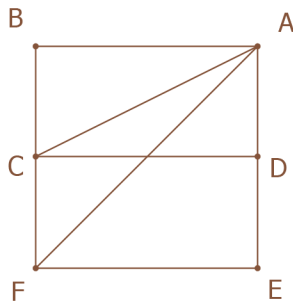
26. Line l_1 and l_2 are parallel. If C, D, E, F are points on l_2 and A, B are points on l_1 , those form $\triangle ABC$, $\triangle ABD$, $\triangle ABE$ and $\triangle ABF$. Which triangle has greatest area?

- (a) $\triangle ABC$ (b) $\triangle ABD$
(c) $\triangle ABE$ (d) $\triangle ABF$
(e) Area of all triangles are equal.

27. If $x + y = 0$ and $x \neq 0$ then what is the value of $\frac{x^{2017}}{y^{2017}}$?

- (a) -1017 (b) -1 (c) 0 (d) 1 (e) 2017

28. In the figure shown, $ABCD$ and $DCFE$ are rectangles with $AB = 4$, $AC = 5$ and $BC = CF$ What is the length of \overline{AF} ?



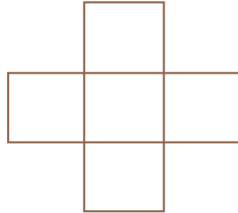
- (a) $5\sqrt{2}$
(b) $4\sqrt{3}$
(c) $3\sqrt{5}$
(d) $3\sqrt{6}$
(e) $2\sqrt{13}$

29. Suppose a and b are positive integers for which $(2a+b)^2 - (a+2b)^2 = 9$
What is ab ?

- (a) 2 (b) 6 (c) 9 (d) 12 (e) 24



30. All the digits 2, 4, 7, 8 and 9 are placed in the grid, one in each cell, to form two three-digit numbers that are squares. Which digit is placed in the center of the grid?



- (a) 2 (b) 4 (c) 7 (d) 8 (e) 9



แนวคิด

แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2560

(รอบแรก ระดับพื้นที่การศึกษา)

ตอนที่ 1 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย

ส่วนที่ 1 ข้อ 1 - 15

ส่วนที่ 2 ข้อ 16 - 25

ตอนที่ 2 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาอังกฤษ

ข้อ 26 - 30



สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560
(รอบแรก ระดับเขตพื้นที่การศึกษา)
แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา
สอบวันที่ 22 มกราคม 2560 เวลา 09.00 – 11.00 น.

คำชี้แจง

1. **แบบทดสอบฉบับนี้** เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ แบบเลือกตอบและเติมคำตอบ (**ไม่ต้องแสดงวิธีทำ**) มีจำนวน 23 หน้า จำนวน 30 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 120 นาที
2. **แบบทดสอบ** แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 25 ข้อ คะแนนเต็ม 85 คะแนน แบ่งเป็น 2 ส่วน
ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 15 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 45 คะแนน
ส่วนที่ 2 ข้อที่ 16 – 25 แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน รวม 40 คะแนน
ตอนที่ 2 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 15 คะแนน
ข้อที่ 26 – 30 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
3. **กระดาษคำตอบ** มี 1 หน้า ให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล เลขประจำตัวสอบ ห้องสอบ ชื่อโรงเรียน สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา ให้ครบ
4. คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบเท่านั้นและให้ตรงกับข้อคำถาม
5. **ไม่อนุญาต**ให้นำเครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือ เครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใดๆ เข้าห้องสอบ
6. นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
7. **การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ**

แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ดัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต



ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 25 ข้อ

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 15 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 15 ข้อ

1. เมื่อนำ 123456789 คูณด้วย 9 ผลลัพธ์ที่ได้จะปรากฏตัวเลข 1 ทั้งหมดกี่ตัว
 (ก) 0 (ข) 1 (ค) 5 (ง) 8 (จ) 9

แนวคิด เนื่องจาก $123456789 \times 9 = 1,111,111,101$
 \therefore ผลลัพธ์ที่ได้จะปรากฏตัวเลข 1 ทั้งหมด 9 ตัว
ตอบ (จ) 9

2. ผลบวกของเลขโดดของผลลัพธ์ $10^{2017} - 2017$ มีค่าเท่าใด
 (ก) 2000 (ข) 2014 (ค) 1826 (ง) 18136 (จ) 18144

แนวคิด

$$\begin{array}{r} 10^{2017} \text{ ผลลัพธ์จะได้} \\ 10000 \dots 000 \\ \underline{ 2017} \\ 9999 \dots 7983 \end{array}$$

ผลบวกเลขโดด
 $9(2014) + 7 + 8 + 3$
 $= 18126 + 18$
 $= 18144$

ตอบ (จ) 18144



3. ข้อใดเรียงค่าจากน้อยไปหามาก

(ก) $2^{5555}, 3^{3333}, 6^{2222}$

(ข) $2^{5555}, 6^{2222}, 3^{3333}$

(ค) $3^{3333}, 6^{2222}, 2^{5555}$

(ง) $3^{3333}, 2^{5555}, 6^{2222}$

(จ) $6^{2222}, 3^{3333}, 2^{5555}$

แนวคิด

$$2^{5555} = (2^5)^{1111} = (32)^{1111}$$

$$3^{3333} = (3^3)^{1111} = (27)^{1111}$$

$$6^{2222} = (6^2)^{1111} = (36)^{1111}$$

จะได้ค่าเรียงจากน้อยไปหามาก

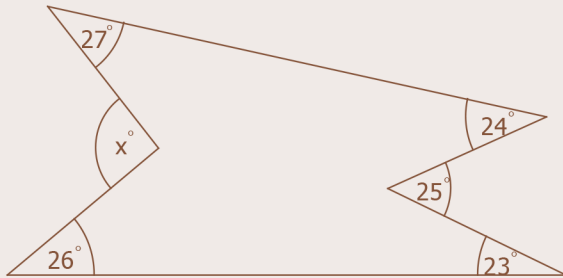
$$\text{ดังนั้น } 3^{3333}, 2^{5555}, 6^{2222}$$

ตอบ (ง) $3^{3333}, 2^{5555}, 6^{2222}$



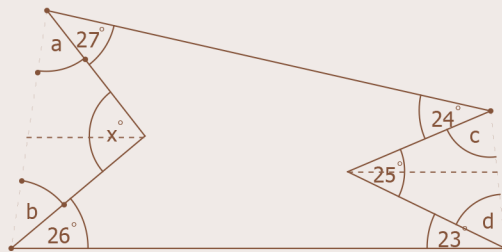


4. จากรูป x มีค่าเท่าใด



- (ก) 65
- (ข) 70
- (ค) 75
- (ง) 80
- (จ) 85

แนวคิด



เนื่องจาก $a + 27^\circ + b + 26^\circ + c + 24^\circ + d + 23^\circ = 360^\circ$
 $a + b + c + d + 100^\circ = 360^\circ$
 $a + b + c + d = 260^\circ \dots\dots\dots(*)$

แต่ $c + d + 25^\circ = 180^\circ$
 $c + d = 155^\circ$

แทน $c + d$ ใน (*); $a + b + 155^\circ = 260^\circ$
 $a + b = 105^\circ$

แต่ $a + b + x = 180^\circ$
 $105^\circ + x = 180^\circ$
 $x = 75^\circ$

ตอบ (ค) 75°

แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์
 รอบแรก พ.ศ. 2560



5. กำหนดให้ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

(ก) ถ้า $a < b < 0$ แล้ว จะได้ $ab < a^2$

(ข) ถ้า $a^2 < b^2$ แล้ว จะได้ $a < b$

(ค) ถ้า $|a| < |b|$ แล้ว จะได้ $a < b$

(ง) ถ้า $a < b$ แล้ว จะได้ $a^2 < b^2$

(จ) ถ้า $0 < ab < a^2$ แล้ว จะได้ $a < b$

ตอบ (ก) ถ้า $a < b < 0$ แล้ว จะได้ $ab < a^2$

6. ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีเส้นรอบรูปยาว 56 นิ้ว อัตราส่วนของความยาวของด้านยาวต่อด้านกว้างเป็น 4 : 3 แล้วรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้มีเส้นทแยงมุมยาวกี่นิ้ว

(ก) 17.5

(ข) 20

(ค) 25

(ง) 40

(จ) 45

แนวคิด



เส้นรอบรูปเท่ากับ 56 นิ้ว

$$3x + 3x + 4x + 4x = 56$$

$$14x = 56$$

$$x = 4$$

$$BD^2 = 16^2 + 12^2$$

$$= 256 + 144$$

$$= 400$$

$$BD = 20$$



ตอบ (ข) 20



7. ถ้า $P(x) = P(x + 1) - x$ และ $P(0) = 5$ แล้ว $P(3)$ มีค่าเท่าใด

(ก) 2

(ข) 4

(ค) 6

(ง) 8

(จ) 11

แนวคิด จาก $P(x) = P(x + 1) - x$

$$P(0) = P(0 + 1) - 0 = P(1)$$

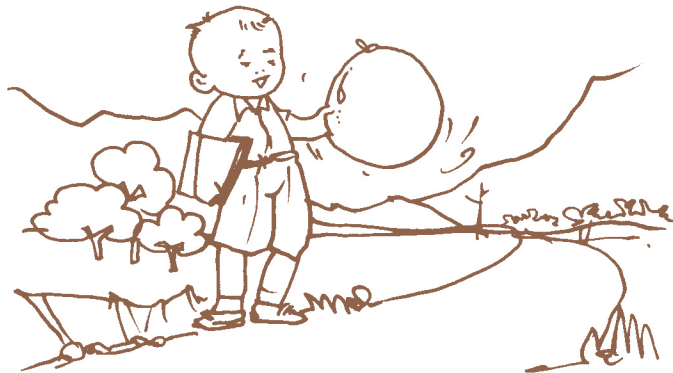
$$P(1) = P(1 + 1) - 1 = P(2) - 1 = P(0)$$

$$P(1) = P(2) - 1 = 5 \text{ จะได้ } P(2) = 6$$

$$\text{แต่ } P(2) = P(3) - 2$$

$$\text{นั่นคือ } P(3) = 6 + 2 = 8$$

ตอบ (ง) 8





8. สารละลายชนิดหนึ่งประกอบด้วยกรดและน้ำ นักเคมีนำสารละลายที่มีความเข้มข้น 48% มาผสมกับสารละลายที่มีความเข้มข้น 80% แล้วเติมน้ำอีก 2 ลิตร ทำให้ได้สารละลายสุดท้ายที่มีความเข้มข้น 40% ถ้านักเคมีคนนี้ต้องการสารละลายสุดท้ายที่มีความเข้มข้น 40% จำนวน 10 ลิตร แล้วเขาต้องใช้สารละลายที่มีความเข้มข้น 48% จำนวนกี่มิลลิลิตร (1 ลิตร = 1,000 มิลลิลิตร)
- (ก) 7,500 (ข) 8,000 (ค) 8,500 (ง) 9,000 (จ) 9,500

แนวคิด ให้ปริมาณของผสมที่มีกรดเข้มข้น 48% เป็น x ลิตร

ดังนั้น ของผสมที่มีกรดเข้มข้น 80% มี $10 - 2 - x = 8 - x$ ลิตร

$$\frac{48}{100}x + \frac{80}{100}(8-x) = \frac{40}{100}(10)$$

$$\frac{640}{100} - \frac{32}{100}x = \frac{400}{100}$$

$$640 - 32x = 400$$

$$20 - x = \frac{400}{32} = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

$$-x = \frac{25}{2} - 20 = -\frac{15}{2}$$

$$x = \frac{15}{2}$$

ดังนั้น ของผสมที่มีกรดเข้มข้น 48% มีค่าเท่ากับ $\frac{15}{2} \times 1000 = 7500$ มิลลิลิตร

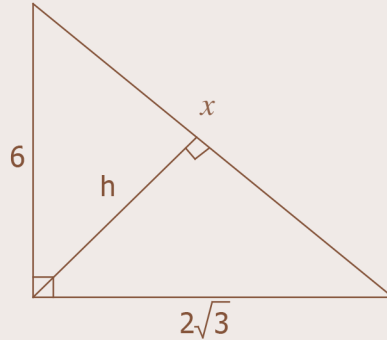
ตอบ (ก) 7,500





9. ถ้าด้านประกอบมุมฉากของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งยาว $2\sqrt{3}$ และ 6 หน่วย แล้วส่วนสูงที่ลากจากมุมฉากมาตั้งฉากกับด้านตรงข้ามมุมฉากมีความยาวกี่หน่วย
(ก) 1 (ข) 2 (ค) 3 (ง) 4 (จ) 5

แนวคิด



ให้ด้านตรงข้ามมุมฉากยาว x หน่วย

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } x^2 &= 6^2 + (2\sqrt{3})^2 \\ &= 36 + 12 \\ &= 48 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3}$$

$$\text{พื้นที่ } \triangle = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times h = \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{3}$$

$$h = \frac{6 \times 2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 3$$

\therefore ส่วนสูงดังกล่าว ยาว 3 หน่วย

ตอบ (ค) 3



10. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนนับที่เรียงติดต่อกันโดยที่ $a < b$

ถ้ากำลังสองของ a และกำลังสองของ b ต่างกันอยู่ 191 แล้วกำลังสองของ a เป็นเท่าใด

- (ก) 8,649 (ข) 8,836 (ค) 9,025 (ง) 9,034 (จ) 9,409

แนวคิด

กำหนดให้ x เป็นจำนวนใดๆ

จำนวนกำลังสองที่อยู่ติดกัน คือ x^2 และ $(x+1)^2$

$$(x+1)^2 - x^2 = 191$$

$$x^2 + 2x + 1 - x^2 = 191$$

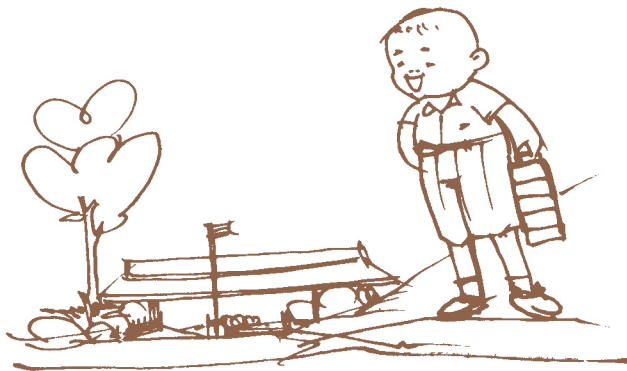
จะได้ว่า $2x + 1 = 191$

$$2x = 190$$

$$x = 95$$

$$\therefore x^2 = 9025$$

ตอบ (ค) 9,025





11. ต้องการนำเลขโดด 3 ตัว คือ 4, 2, 9 มาเขียนเป็นจำนวนนับ โดยให้เลขโดดแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ความน่าจะเป็นที่จะเขียนเป็นจำนวนที่น้อยกว่า 500 มีค่าเท่าใด

(ก) $\frac{2}{3}$

(ข) $\frac{4}{5}$

(ค) $\frac{11}{15}$

(ง) $\frac{13}{15}$

(จ) $\frac{14}{15}$

แนวคิด

จำนวน 1 หลัก คือ 3 จำนวน

จำนวน 2 หลัก คือ $3 \times 2 = 6$ จำนวน

จำนวน 3 หลัก คือ $3 \times 2 \times 1 = 6$ จำนวน

ดังนั้น จำนวนนับทั้งหมดที่สร้างได้ มี $3 + 6 + 6 = 15$ จำนวน

$$\therefore n(S) = 15$$

\therefore ส่วนจำนวน 3 หลักที่มากกว่า 500 มี 924, 942

\therefore จำนวนนับที่น้อยกว่า 500 มี $15 - 2 = 13$ จำนวน

$$\therefore n(E) = 13$$

$$\therefore p(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{13}{15}$$

ตอบ (ง) $\frac{13}{15}$





12. สุ่มหยิบตัวอักษรภาษาอังกฤษ 2 ตัวจาก “THAILAND”

ความน่าจะเป็นที่ได้ตัวอักษรเป็นสระและพยัญชนะอย่างละตัวมีค่าเท่าใด

(ก) $\frac{3}{8}$

(ข) $\frac{5}{8}$

(ค) $\frac{3}{56}$

(ง) $\frac{8}{56}$

(จ) $\frac{15}{56}$

แนวคิด

$$n(S) = 8 \times 7 = 56$$

E แทนเหตุการณ์ที่สุ่มอักษร 2 ตัว

ได้สระ 1 ตัว พยัญชนะ 1 ตัว

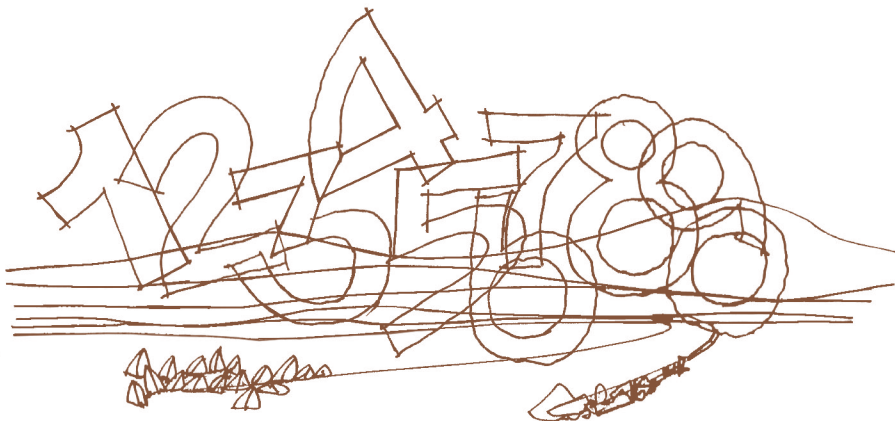
สระ A, A, I

พยัญชนะ T, H, L, N, D

$$n(E) = 3 \times 5$$

$$P(E) = \frac{3 \times 5}{8 \times 7} = \frac{15}{56}$$

ตอบ (จ) $\frac{15}{56}$





13. ให้ \overline{ab} แทนจำนวนเต็มบวก 2 หลัก ถ้า $\overline{a3} \times 3648 = \overline{3a} \times 7968$ แล้ว $2a + 1$ แทนจำนวนใด
(ก) 9 (ข) 11 (ค) 13 (ง) 15 (จ) 17

แนวคิด

$$\begin{aligned}(10a + 3) \times 3648 &= (30 + a) \times 7968 \\ 36480a + 10944 &= 239040 + 7968a \\ 28512a &= 228096 \\ a &= 8 \\ 2a + 1 &= 17\end{aligned}$$

ตอบ (จ) 17

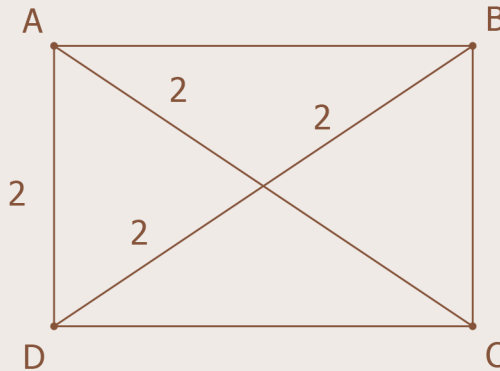




14. ถ้า $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างยาว 2 หน่วย และเส้นทแยงมุมแต่ละเส้นยาว 4 หน่วย แล้วรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

- (ก) $2\sqrt{3}$ (ข) $2\sqrt{6}$ (ค) $4\sqrt{3}$ (ง) $4\sqrt{6}$ (จ) $8\sqrt{3}$

แนวคิด



$$AB^2 = 4^2 - 2^2 = 12$$

$$AB = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

\therefore พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCD = 2(2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

ตอบ ค) $4\sqrt{3}$





15. ให้ x เป็นจำนวนจริง กำหนด $\lfloor x \rfloor$ แทนจำนวนเต็มที่ยังมากที่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x
ถ้า p และ q เป็นคำตอบของสมการ $x^2 - 7x + 11 = 0$ โดยที่ $p > q$ แล้ว $\lfloor p - q \rfloor$ มีค่าเท่าใด
(ก) -2 (ข) -3 (ค) 2 (ง) 3 (จ) 6

แนวคิด

$$x^2 - 7x + 11 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{5}}{2} \approx 4.62, 2.38$$

จะได้ $q = 4.62, p = 2.38$

$$p - q = -2.24$$

$$\lfloor p - q \rfloor = \lfloor -2.24 \rfloor = -3$$

ตอบ (ข) -3

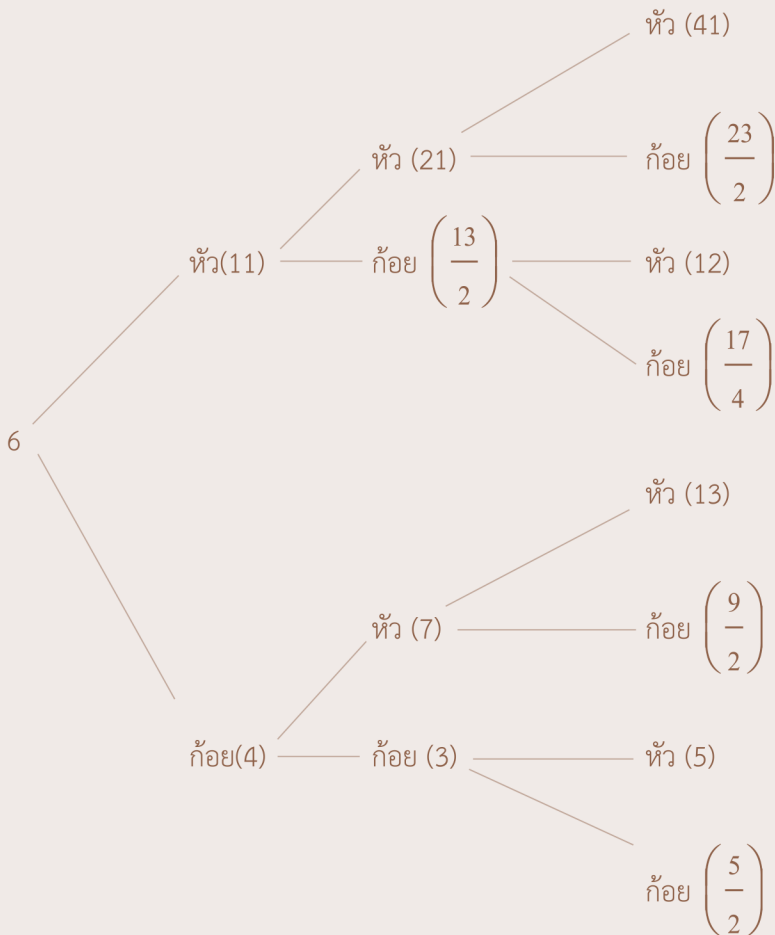




ส่วนที่ 2 ข้อที่ 16 – 25 แบบเติมคำตอบ จำนวน 10 ข้อ

16. นายต่อเนื่องใช้กระบวนการต่อไปนี้ในการเขียนลำดับของจำนวน โดยมีเงื่อนไขดังนี้
 ให้จำนวนแรกของลำดับนี้เป็น 6 จำนวนในลำดับถัดไปได้จากการโยนเหรียญเที่ยงตรงหนึ่งเหรียญ
 ถ้าขึ้นหัว เขาจะเขียนด้วยจำนวนที่น้อยกว่าสองเท่าของจำนวนในลำดับก่อนหน้าที่อยู่ติดกัน อยู่ 1
 แต่ถ้าขึ้นก้อย เขาจะเขียนจำนวนด้วยจำนวนที่มากกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนในลำดับนี้ก่อนหน้าที่ติดกัน
 อยู่ 1 เป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ
 ถ้าความน่าจะเป็นของพจน์ที่ 4 ของลำดับนี้เป็นจำนวนเต็มเท่ากับ A แล้ว $16A$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด



จากแผนภาพต้นไม้

$$\text{ความน่าจะเป็นของพจน์ที่ 4 เป็นจำนวนเต็มเท่ากับ } \left(\frac{4}{8}\right) = A$$

$$\therefore 16A = 8$$

ตอบ 8

แนวคิดว่าแบบทดสอบคณิตศาสตร์ รอบแรก พ.ศ. 2560



17. จำนวนเต็มบวกที่หาร $\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^{2560}$ ลงตัว มีทั้งหมดกี่จำนวน

แนวคิด

$$\text{จาก } (a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$\text{ให้ } \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} = x$$

$$x^3 = (\sqrt{5}+2) + (\sqrt{5}-2) + 3x\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$$

$$x^3 = 2\sqrt{5} + 3x$$

$$x^3 - 3x - 2\sqrt{5} = 0$$

$$(x^3 - \sqrt{5})(x^2 + \sqrt{5}x + 2) = 0$$

เพราะว่า $(x^2 + \sqrt{5}x + 2) = 0$ ไม่มีคำตอบเป็นจำนวนจริง
ดังนั้น $x = \sqrt{5}$

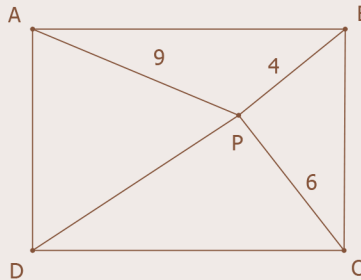
$$\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^{2560} = x^{2560} = (\sqrt{5})^{2560} = 5^{1280}$$

จำนวนเต็มบวกที่หาร $\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2} + \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)^{2560}$ ลงตัว มีทั้งหมด 1281 จำนวน

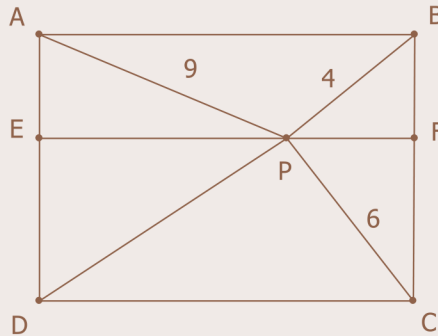
ตอบ 1281 จำนวน



18. ให้ p เป็นจุดอยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCD$ ถ้า $PA = 9$ หน่วย , $PB = 4$ หน่วย , $PC = 6$ หน่วย และ $PD = x$ หน่วย แล้ว x^2 มีค่าเท่าใด



แนวคิด



ลาก \overline{EF} ผ่านจุด P และขนานกับ \overline{AB}

พิจารณา $\triangle AEP$, $\triangle BPF$

$$AE^2 = 9^2 - EP^2 = 4^2 - PF^2 \dots\dots\dots(1)$$

พิจารณา $\triangle EDP$ และ $\triangle PFC$

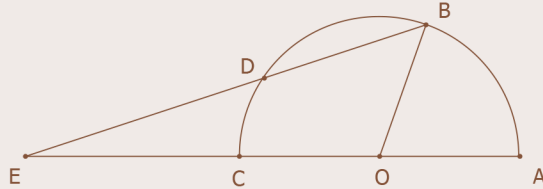
$$\begin{aligned} ED^2 &= PD^2 - EP^2 = PC^2 - PF^2 \\ &= 6^2 - PF^2 \\ PD^2 - (9^2 - 4^2 + PF^2) &= 6^2 - PF^2 \\ PD^2 - 9^2 + 4^2 - PF^2 &= 6^2 - PF^2 \\ PD^2 &= 6^2 + 9^2 - 4^2 \\ PD^2 &= 36 + 81 - 16 \end{aligned}$$

จาก $PD = x \therefore x^2 = 101$

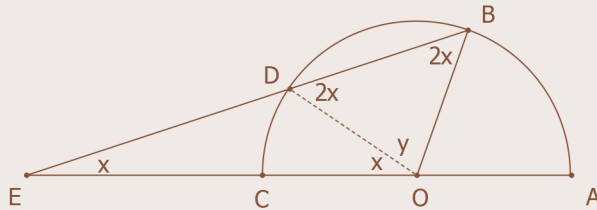
ตอบ 101



19. จากรูป O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มีรัศมี r หน่วย ถ้า $ED = r$ หน่วยและขนาดของมุม DEC คิดเป็น K เท่าของขนาดของมุม BOA แล้ว $27K$ มีค่าเท่าใด



แนวคิด



ลากเส้น \overline{DO} จะได้ $\triangle DEO$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะได้
 $D\hat{E}O = D\hat{O}E = x$, $O\hat{D}B = O\hat{B}D = 2x \therefore y = 180^\circ - 4x$

$$x + y + B\hat{O}A = 180^\circ \rightarrow x + 180^\circ - 4x + B\hat{O}A = 180^\circ$$

แต่ $\therefore B\hat{O}A = 3x$

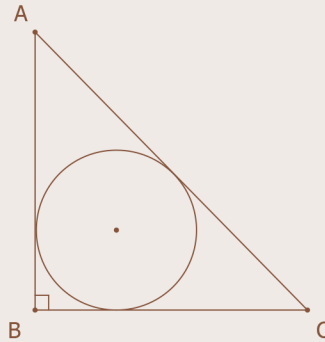
$$\therefore D\hat{E}O = \frac{1}{3}B\hat{O}A \therefore k = \frac{1}{3}$$

$$\therefore 27k = 27\left(\frac{1}{3}\right) = 9$$

ตอบ 9



20. จากรูป ถ้า $\hat{A}BC = 90^\circ$, $BC = 3$ หน่วย และรัศมีของวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 1 หน่วย แล้ว AC เท่ากับกี่หน่วย



แนวคิด

กำหนดให้ จุดสัมผัสเป็น X, Y และ Z

$$AX = AY$$

$$YC = ZC$$

$$BX = BZ = 1$$

จะได้ $CZ = 2 = YC$

ในรูป $\triangle ABC$; $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$(AX + BX)^2 + (BZ + ZC)^2 = AC^2$$

$$(AX + 1)^2 + (1 + 2)^2 = AC^2$$

$$= (AY + YC)^2$$

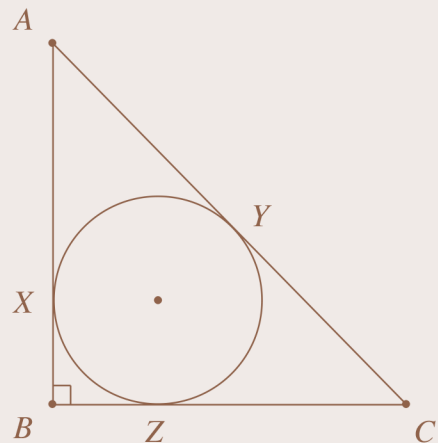
แต่ $AX = AY$; $AX^2 + 2AX + 1 + 9 = (AX + 2)^2$

$$AX^2 + 2AX + 10 = AX^2 + 4AX + 4$$

$$-2AX = -6$$

$$AX = 3 = AY$$

$$\therefore AC = AY + YC = 3 + 2 = 5$$



ตอบ 5 หน่วย



21. ถ้า $a + b = 15$ แล้ว $a^3 + b^3 + 45ab$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 + 45ab &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) + 45ab \\ &= 15(a^2 - ab + b^2 + 3ab) = 15(a + b)^2 = 15^3 = 3375 \end{aligned}$$

ตอบ 3375

22. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของห้องเรียนหนึ่ง มีนักเรียน 10 คน ได้คะแนนคนละ 100 คะแนน นักเรียน 2 คนได้ 0 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนที่เหลือเป็น 72 คะแนน ถ้าคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งห้องเป็น 76 คะแนน แล้วจำนวนนักเรียนในห้องเรียนนี้มีกี่คน

แนวคิด

ให้นักเรียนในห้องนี้มี x คน

นักเรียน 10 คน ได้คะแนนคนละ 100 คะแนน รวมเป็น 1,000 คะแนน

นักเรียน 2 คน ได้คะแนนคนละ 0 คะแนน รวมเป็น 0 คะแนน

จะเหลือนักเรียนอีก $x - 12$ คน มีคะแนนเฉลี่ยเป็น 72 คะแนน

แสดงว่าคะแนนรวมเท่ากับ $72(x - 12)$ คะแนน

ดังนั้น คะแนนเฉลี่ยของทั้งห้องเท่ากับ 76 คะแนน

$$\frac{10(100) + 2(0) + 72(x - 12)}{x} = 76$$

จะได้ว่า $1000 + 0 + 72x - 864 = 76x$

$$-4x = -136$$

$$x = 34$$

ตอบ 34 คน



23. เด็กหญิงห้าคนคือ กานดา ขจี ครวณูสิริ งามตา และจรรยา เล่นเกมกระต่ายกับเต่า โดยแต่ละคน จะสมมติให้ตัวเองเป็นเต่าหรือกระต่ายอย่างไรอย่างหนึ่ง ถ้าเป็นเต่าจะพูดเท็จเสมอและถ้าเป็นกระต่าย จะพูดจริงเสมอ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- กานดา พูดว่า ขจีเป็นกระต่าย
- ครวณูสิริ พูดว่า งามตาเป็นเต่า
- จรรยา พูดว่า กานดาไม่ใช่เต่า
- ขจี พูดว่า ครวณูสิริไม่ใช่กระต่าย
- งามตา พูดว่า ทั้งจรรยาและกานดาเป็นสัตว์คนละประเภทกัน

จากข้อมูลข้างต้น มีกี่คนที่สมมติว่าตัวเองเป็นเต่า

แนวคิด

สมมติว่า จรรยาเป็นกระต่ายและจรรยาพูดจริง

ดังนั้น กานดา เป็นกระต่าย

ขจี เป็นกระต่าย

ครวณูสิริ เป็นเต่า และงามตา เป็นกระต่าย

แต่งามตาเป็นไปไม่ได้ เพราะได้ทั้งจรรยาและกานดาเป็นกระต่าย จะขัดแย้งกับคำพูดของ งามตา ซึ่งจะได้ว่า จรรยาไม่ใช่กระต่ายแต่เป็นเต่า

ถ้าเป็นเต่าคำพูดของจรรยาจะเป็นเท็จ ดังนั้นกานดาเป็นเต่า ขจีเป็นเต่า งามตาเป็นเต่า และ ครวณูสิริเป็นกระต่าย

สรุปว่า มีผู้เล่นเป็นเต่าอยู่ 4 คน

ตอบ 4 คน



24. กำหนดให้ P แทนจำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 200 ซึ่งมีจำนวนเต็มบวก a และ b ที่ทำให้ $a^2 + b^2 = p$ แล้ว $a + b$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด

เนื่องจาก $a^2 + b^2$ เป็นจำนวนคู่ เมื่อ a เป็นจำนวนคู่และ b เป็นจำนวนคู่

หรือ a เป็นจำนวนคี่และ b เป็นจำนวนคี่

ดังนั้น $a^2 + b^2$ เป็นจำนวนคี่ เมื่อ a หรือ b ตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนคี่ ส่วนตัวที่เหลือเป็นจำนวนคู่

ถ้ากำหนดให้ a เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า $a^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$

ซึ่งมากกว่าพหุคูณของ 4 อยู่ 1

$b^2 = (2l)^2 = 4l^2$ เป็นพหุคูณของ 4

ดังนั้น $a^2 + b^2$ เป็นจำนวนที่มากกว่าพหุคูณของ 4 อยู่ 1

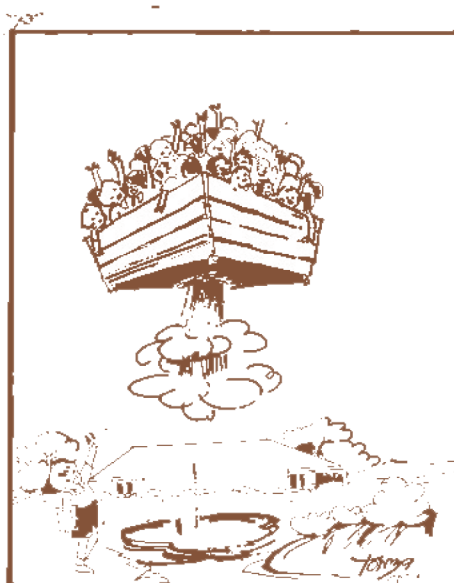
ตรวจสอบ 201, 205, 209, 213, 217, 221 และ 225 จะพบว่าไม่มีจำนวนใด

เป็นจำนวนเฉพาะซึ่งจะพบว่า 229 เป็นจำนวนเฉพาะ และ $229 = 2^2 + 15^2$

ดังนั้น $a = 2$ และ $b = 15$

นั่นคือ $a + b = 17$

ตอบ 17





25. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนาม ซึ่งมี a, b, c และ d เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$

$$\text{ถ้า } \frac{P\left(-\frac{1}{2}\right) + P\left(\frac{1}{2}\right)}{P(0)} = \frac{P\left(-\frac{1}{3}\right) + P\left(\frac{1}{3}\right)}{P(0)} = 6$$

แล้ว $\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ad} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{bd} + \frac{1}{cd}$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด

จะได้ $P(x) = m(2x-1)(2x+1)(3x-1)(3x+1) + c$

เมื่อ m และ c เป็นค่าคงตัว

$$\text{จาก } \frac{P\left(-\frac{1}{2}\right) + P\left(\frac{1}{2}\right)}{P(0)} = \frac{P\left(-\frac{1}{3}\right) + P\left(\frac{1}{3}\right)}{P(0)} = 6$$

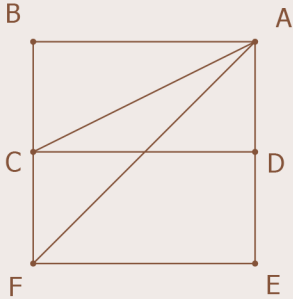
$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= -2(2x-1)(2x+1)(3x-1)(3x+1) + 3 \\ &= -2(4x^2-1)(9x^2-1) + 3 \\ &= -72x^4 + 26x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ad} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{bd} + \frac{1}{cd} = 26$$

ตอบ 26



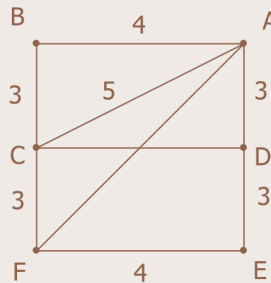
28. In the figure shown, $ABCD$ and $DCFE$ are rectangles with $AB = 4$, $AC = 5$ and $BC = CF$ What is the length of \overline{AF} ?



- (a) $5\sqrt{2}$
- (b) $4\sqrt{3}$
- (c) $3\sqrt{5}$
- (d) $3\sqrt{6}$
- (e) $2\sqrt{13}$

Solution

$$\begin{aligned} \text{Let } BC = CF &= 3 \\ AF^2 &= 4^2 + 6^2 \\ AF^2 &= 16 + 36 \\ AF^2 &= 52 \\ \therefore AF &= 2\sqrt{13} \end{aligned}$$



Ans. (e) $2\sqrt{13}$



29. Suppose a and b are positive integers for which $(2a+b)^2 - (a+2b)^2 = 9$

What is ab ?

- (a) 2 (b) 6 (c) 9 (d) 12 (e) 24

Solution

$$\text{Let } (2a+b)^2 - (a+2b)^2 = 9$$

$$(4a^2 + 4ab + b^2) - (a^2 + 4ab + 4b^2) = 9$$

$$3a^2 - 3b^2 = 9$$

$$a^2 - b^2 = 3$$

$$(a-b)(a+b) = 3$$

$$\therefore a+b = 3 \text{ ----- ①}$$

$$a-b = 1 \text{ ----- ②}$$

$$2a = 4$$

$$a = 2$$

$$b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$

$$\text{①} + \text{②};$$

$$\text{or } \text{①}^2; \quad a^2 + 2ab + b^2 = 9 \text{ ----- ③}$$

$$\text{②}^2; \quad a^2 - 2ab + b^2 = 1 \text{ ----- ④}$$

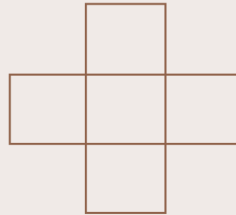
$$\text{③} - \text{④}; \quad 4ab = 8$$

$$ab = 2$$

Ans. (a) 2



30. All the digits 2, 4, 7, 8 and 9 are placed in the grid, one in each cell, to form two three-digit numbers that are squares. Which digit is placed in the center of the grid?



- (a) 2 (b) 4 (c) 7 (d) 8 (e) 9

Solution

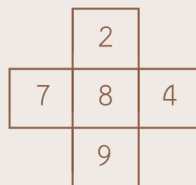
The three - digit squares use just the digits 2, 4, 7, 8 and 9.

They are $17^2 = 289$

$27^2 = 729$

$28^2 = 784$

The digit 8 occurs twice as the tens digit of these three squares. Therefore, the digit that goes in the center square of the grid is 8.



Ans. (d) 8

แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2560

(รอบสอง ระดับประเทศ)





สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560
(รอบสอง ระดับประเทศ)
แบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา
สอบวันเสาร์ที่ 11 มีนาคม พ.ศ. 2560 เวลา 09.00 – 11.00 น. (2 ชั่วโมง)

คำชี้แจง

- แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับนี้ มีจำนวน 4 หน้า เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ มีจำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง
- แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
 - ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 75 คะแนน**
แบ่งเป็น 3 ส่วน
 - ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
 - ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 40 คะแนน
 - ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 – 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 20 คะแนน
 - ตอนที่ 2 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 25 คะแนน**
ข้อที่ 16 – 20 แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน
- ให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล ชั้นเรียน ชื่อโรงเรียน สพป./สพม. เขต ศูนย์สอบ ห้องสอบ เลขที่นั่งสอบ เลขประจำตัวสอบ ให้ครบถ้วนปากกาลงในกระดาษคำตอบ
- คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบและให้ตรงกับข้อคำถาม
- อนุญาตให้ทบทวนหรือขีดเขียนในแบบทดสอบได้
- ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือเครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใด ๆ ในการคำนวณ
- นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
- การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ

แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ
สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ดัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต



ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 75 คะแนน

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

- ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าไม่เกิน 125 และ a เป็น ห.ร.ม. ของ x กับ 10
ถ้า $a = 1$ แล้วจำนวนของ x ทั้งหมดที่เป็นไปได้เป็นเท่าใด
(ก) 12 (ข) 25 (ค) 38 (ง) 50 (จ) 62
- ถ้าจำนวนวิธีที่นำคน 7 คน มายืนเข้าแถวหน้ากระดานเท่ากับ 1 ใน 720 เท่าของจำนวนวิธีที่นำคน n คน มายืนเข้าแถวหน้ากระดานแล้ว n มีค่าเท่าใด
(ก) 10 (ข) 9 (ค) 8 (ง) 7 (จ) 6
- ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มบวกแล้วจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดที่ทำให้สมการ
 $n^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 3a + 3b + 3c - 4$ มีคำตอบคือจำนวนในข้อใด
(ก) 5 (ข) 6 (ค) 7 (ง) 8 (จ) 9
- เลือกจำนวนจาก 1, 2, 3, ..., 9 มา 7 จำนวน เพื่อให้ผลบวกของทั้ง 7 จำนวนนั้นเป็นพหุคูณของ 3
จะได้ทั้งหมดกี่วิธี
(ก) 3 (ข) 5 (ค) 9 (ง) 10 (จ) 12
- ถ้า $x = \underbrace{100\dots06}_{12 \text{ หลัก}}$, $y = \underbrace{100\dots04}_{10 \text{ หลัก}}$ แล้วผลคูณของ x กับ y ประกอบด้วย 0 อยู่กี่ตัว
(ก) 13 (ข) 15 (ค) 16 (ง) 17 (จ) 20



ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

6. แบบรูปที่มีจำนวนแรกเป็น 2017 และจำนวนถัดไปจะมีค่าเท่ากับผลบวกของกำลังสามของเลขโดดของจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือของจำนวนที่อยู่ติดกันเสมอ จำนวนที่อยู่ในลำดับที่ 2017 มีค่าเป็นเท่าใด

7. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับ ถ้า $50!$ หารด้วย 10^n ลงตัว แล้ว n มีค่ามากที่สุดเป็นเท่าใด (เมื่อ $n! = n \cdot (n-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$)

8. กำหนดให้ $a = \frac{n \sin^3 \theta - m \cos^3 \theta + 3m \cos \theta + 2n \sin \theta}{m \cos \theta + n \sin \theta}$,

$b = \frac{n \cos^3 \theta - m \sin^3 \theta + 3m \sin \theta + 2n \cos \theta}{m \sin \theta + n \cos \theta}$ ค่าของ $a + b$ เท่ากับเท่าใด

9. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู $PQRS$ มีด้าน PQ ขนานกับด้าน RS ต่อ PQ ออกไปถึงจุด U แล้วลาก SU ตัด RQ ที่จุด V ทำให้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม SRV เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม GUV ลากเส้นตรงจากจุด V ให้ขนานกับ SP ตัด PQ ที่จุด W ถ้า PQ ยาว 12 เซนติเมตร และ RS ยาว 5 เซนติเมตร แล้วความยาวของ QW เท่ากับกี่เซนติเมตร

10. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ D และ E เป็นจุดบน \overline{AC} และ \overline{BC} ตามลำดับ โดยที่ $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ลาก \overline{AE} ตัดกับ \overline{BD} ที่จุด M ถ้าพื้นที่ $\triangle DEM$ และ $\triangle ABM$ เท่ากับ 16 และ 36 ตารางหน่วยตามลำดับ แล้วพื้นที่ $\triangle ABC$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

11. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดซึ่งทำให้ $n^2 + 4567n$ เป็นจำนวนกำลังสองแล้วเศษของการหาร n ด้วย 1000 เท่ากับเท่าใด

12. ถ้า $f(x) = \frac{1}{2^a + x} + \frac{1}{2^a - x} - 1$ และ $f(1) + f(-1) = \frac{2}{3}$ แล้วค่าของ a เป็นเท่าใด



13. $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มี $AB=2$, $BC=2\sqrt{3}$, $CD=5$, $DA=3$ และ $\angle ABC=90^\circ$

ถ้ารัศมีของวงกลมแนบในรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ นี้ เขียนได้ในรูป $\frac{a+b\sqrt{3}}{c}$

โดยที่ ห.ร.ม. ของ a,b,c เท่ากับ 1 แล้ว $a+b-c$ มีค่าเท่าใด

ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 - 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน

14. กำหนด $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นลำดับของจำนวนเต็มซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1) $-1 \leq x_i \leq 2$ สำหรับ $i=1,2,3,\dots,n$

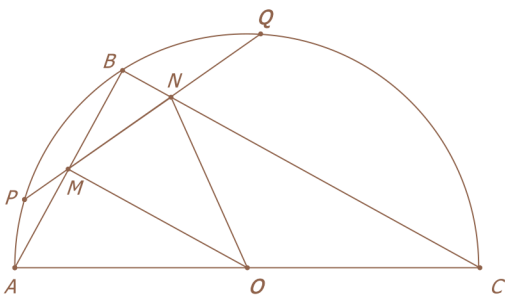
2) $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 17$

3) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2 = 97$

ถ้า m เป็นค่าน้อยสุดที่เป็นไปได้ของ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3$

และ M เป็นค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3$ แล้ว $M+m$ มีค่าเท่าใด

15.



จากรูป กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี \overline{AC}

เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง เมื่อ M เป็นจุดแบ่งครึ่ง \overline{AB}

และ N เป็นจุดแบ่งครึ่งส่วนโค้ง PQ

ถ้า $CN=64$ หน่วย และ $BN=8$ หน่วย

แล้วรูปสามเหลี่ยม MON มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย



ตอนที่ 2 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 25 คะแนน

ข้อที่ 16 – 20 แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

16. For what values of $|a|$ do the equations

$$2017x^2 + ax + 1720 = 0 \text{ and } 1720x^2 + ax + 2017 = 0 \text{ have a common root?}$$

17. Let x and y be positive integers such that $(xy - 7)^2 = x^2 + y^2$ What is the value of $|x - y|$?

18. If $x^2 + y^2 = 16$, $x^2 + z^2 = 4 + zx$ and $y^2 + z^2 = 4 + \sqrt{3}yz$, then find the value of $x^2 + y^2 + z^2$.

19. The bag contains 20 red balls and 16 blue balls. If one ball is picked out at a time randomly without replacement until the bag is empty. What is the probability that the last ball picked will be red?

20. Let ABC be the right angled triangle such that $\angle ACB = 90^\circ$, $BC : AC = 2 : 3$.

D is a point on AB such that $\overline{CD} \perp \overline{AB}$. If $BD = 2$, what is the value of $4(AD)^2$?

แนวคิด

แบบทดสอบคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษา

การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ
ประจำปี พ.ศ. 2560

(รอบสอง ระดับประเทศ)

ตอนที่ 1 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย

ส่วนที่ 1 ข้อ 1 - 15

ส่วนที่ 2 ข้อ 6 - 13

ส่วนที่ 3 ข้อ 14 - 15

ตอนที่ 2 แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาอังกฤษ

ข้อ 16 - 20



สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
การแข่งขันทางวิชาการ ระดับนานาชาติ ประจำปี พ.ศ. 2560
(รอบสอง ระดับประเทศ)

แนวคิดแบบทดสอบคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา
สอบวันเสาร์ที่ 11 มีนาคม พ.ศ. 2560 เวลา 09.00 – 11.00 น. (2 ชั่วโมง)

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีจำนวน 18 หน้า เป็นแบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทยและฉบับภาษาอังกฤษ มีจำนวน 20 ข้อ คะแนนเต็ม 100 คะแนน เวลาในการทำแบบทดสอบ 2 ชั่วโมง
2. แบบทดสอบฉบับนี้แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้
ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 75 คะแนน
แบ่งเป็น 3 ส่วน
ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 15 คะแนน
ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 40 คะแนน
ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 – 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน รวม 20 คะแนน
ตอนที่ 2 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 25 คะแนน
ข้อที่ 16 – 20 แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน
3. ให้นักเรียนเขียน ชื่อ-นามสกุล ชั้นเรียน ชื่อโรงเรียน สพป./สพม. เขต ศูนย์สอบ ห้องสอบ เลขที่นั่งสอบ เลขประจำตัวสอบ ให้ครบด้วยปากกาลงในกระดาษคำตอบ
4. คำตอบแต่ละข้อที่นักเรียนตอบ ต้องตอบลงในกระดาษคำตอบและให้ตรงกับข้อคำถาม
5. อนุญาตให้ทบทวนหรือขีดเขียนในแบบทดสอบได้
6. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข โทรศัพท์ หรือเครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์ใด ๆ ในการคำนวณ
7. นักเรียนจะออกจากห้องสอบได้เมื่อหมดเวลาสอบ โดยวางกระดาษคำตอบ กระดาษทด และแบบทดสอบไว้บนโต๊ะ
8. การตัดสินของคณะกรรมการถือเป็นข้อยุติ

แบบทดสอบฉบับนี้ เป็นลิขสิทธิ์ของ

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ
ห้ามเผยแพร่ อ้างอิง ตัดต่อ ดัดแปลงหรือเฉลย ก่อนได้รับอนุญาต



ตอนที่ 1 แบบทดสอบคณิตศาสตร์ฉบับภาษาไทย จำนวน 15 ข้อ คะแนนเต็ม 75 คะแนน

ส่วนที่ 1 ข้อที่ 1 – 5 แบบเลือกตอบ 5 ตัวเลือก จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

1. ให้ x เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าไม่เกิน 125 และ a เป็น ห.ร.ม. ของ x กับ 10

ถ้า $a = 1$ แล้วจำนวนของ x ทั้งหมดที่เป็นไปได้เป็นเท่าใด

(ก) 12

(ข) 25

(ค) 38

(ง) 50

(จ) 62

แนวคิด

$$\text{จำนวน } x \text{ ที่หารด้วย 10 ลงตัว} = \left[\frac{125}{10} \right] = 12$$

$$\text{จำนวน } x \text{ ที่หารด้วย 5 ลงตัว} = \left[\frac{125}{5} \right] = 25$$

$$\text{จำนวน } x \text{ ที่หารด้วย 2 ลงตัว} = \left[\frac{125}{2} \right] = 62$$

จำนวน a เท่ากับ $125 - 25 - 62 + 12 = 50$ จำนวน

ตอบ (ง) 50





2. ถ้าจำนวนวิธีที่นำคน 7 คน มายืนเข้าแถวหน้ากระดานเท่ากับ 1 ใน 720 เท่าของจำนวนวิธีที่นำคน n คน มายืนเข้าแถวหน้ากระดานแล้ว n มีค่าเท่าใด

(ก) 10 (ข) 9 (ค) 8 (ง) 7 (จ) 6

แนวคิด

$$\text{จำนวนวิธีที่นำคนมายืนเข้าแถวหน้ากระดาน} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\text{จำนวนวิธีที่คน } n \text{ คน ยืนแถวหน้ากระดาน} = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$\therefore 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \frac{1}{720} \times n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$720 \times (7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$n = 10$$

ตอบ (ก) 10

3. ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มบวกแล้วจำนวนเต็มบวก n ทั้งหมดที่ทำให้สมการ $n^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca + 3a + 3b + 3c - 4$ มีคำตอบคือจำนวนในข้อใด

(ก) 5 (ข) 6 (ค) 7 (ง) 8 (จ) 9

แนวคิด

$$n^2 = (a+b+c)^2 + 3(a+b+c) - 4$$

$$n^2 = (a+b+c)^2 + 2(a+b+c) + 1 + (a+b+c-5)$$

$$\therefore a+b+c-5 = 0$$

$$a+b+c = 5$$

$$n^2 = (a+b+c+1)^2$$

$$n = 5+1 = 6$$

ตอบ (ข) 6



4. เลือกจำนวนจาก 1, 2, 3, ... , 9 มา 7 จำนวน เพื่อให้ผลบวกของทั้ง 7 จำนวนนั้นเป็นพหุคูณของ 3
จะได้ทั้งหมดกี่วิธี

(ก) 3

(ข) 5

(ค) 9

(ง) 10

(จ) 12

แนวคิด

$$\text{ผลบวก } 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$$

หยิบออก 2 จำนวนที่บวกกันแล้วหารด้วย 3 ลงตัว จะมีทั้งหมด 12 วิธี ดังนี้

1, 2	}	3 วิธี
1, 5		
1, 8		
2, 4	}	2 วิธี
2, 7		
3, 6	}	2 วิธี
3, 9		
4, 5	}	2 วิธี
4, 8		
5, 7	}	1 วิธี
6, 9	}	1 วิธี
7, 8	}	1 วิธี

$$\text{จะได้ } 3 + 2 + 2 + 2 + 3 = 12 \text{ วิธี}$$

ตอบ (จ) 12



5. ถ้า $x = \underbrace{100\dots06}_{12 \text{ หลัก}}$, $y = \underbrace{100\dots04}_{10 \text{ หลัก}}$ แล้วผลคูณของ x กับ y ประกอบด้วย 0 อยู่กี่ตัว

(ก) 13 (ข) 15 (ค) 16 (ง) 17 (จ) 20

แนวคิด

$$x = 10^{11} + 6, y = 10^9 + 4$$

$$xy = (10^{11} + 6)(10^9 + 4) = 10^{20} + 6(10^9) + 4(10^{11}) + 24$$

$$xy = 1000\dots406,000,000,024$$

ผลคูณของ x กับ y มี 0 ประกอบอยู่ $20 - 4 = 16$ ตัว

ตอบ (ค) 16

ส่วนที่ 2 ข้อที่ 6 – 13 แบบเติมคำตอบ จำนวน 8 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

6. แบบรูปที่มีจำนวนแรกเป็น 2017 และจำนวนถัดไปจะมีค่าเท่ากับผลบวกของกำลังสามของเลขโดดของจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือของจำนวนที่อยู่ติดกันเสมอ จำนวนที่อยู่ในลำดับที่ 2017 มีค่าเป็นเท่าใด

แนวคิด

จำนวนที่ 1 คือ 2017

จำนวนที่ 2 คือ $2^3 + 1^3 + 7^3 = 352$

จำนวนที่ 3 คือ $3^3 + 5^3 + 2^3 = 160$

จำนวนที่ 4 คือ $1^3 + 6^3 = 217$

จำนวนที่ 5 คือ $2^3 + 1^3 + 7^3 = 352$

จำนวนที่เรียงกันจะซ้ำ ชุดละ 3 จำนวน

$$2016 = 3 \times 672$$

∴ จำนวนที่ 2017 คือ 217

ตอบ 217



7. กำหนดให้ n เป็นจำนวนนับ ถ้า $50!$ หารด้วย 10^n ลงตัว แล้ว n มีค่ามากที่สุดเป็นเท่าใด
(เมื่อ $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$)

แนวคิด

$$\because 10^n = 2^n \times 5^n$$

แต่ 2^n มีจำนวนตัวประกอบมากกว่าจำนวนตัวประกอบของ 5^n จึงพิจารณาเฉพาะ 5^n

$$\left\lfloor \frac{50}{5} \right\rfloor = 10$$

$$\left\lfloor \frac{50}{25} \right\rfloor = 2$$

$$\left\lfloor \frac{50}{125} \right\rfloor = 0$$

$$\therefore 10^n = 2^{12} \times 5^{12}$$

จะได้ว่า n มีค่ามากที่สุดเท่ากับ 12

ตอบ 12





8. กำหนดให้ $a = \frac{n \sin^3 \theta - m \cos^3 \theta + 3m \cos \theta + 2n \sin \theta}{m \cos \theta + n \sin \theta}$,

$b = \frac{n \cos^3 \theta - m \sin^3 \theta + 3m \sin \theta + 2n \cos \theta}{m \sin \theta + n \cos \theta}$ ค่าของ $a + b$ เท่ากับเท่าใด

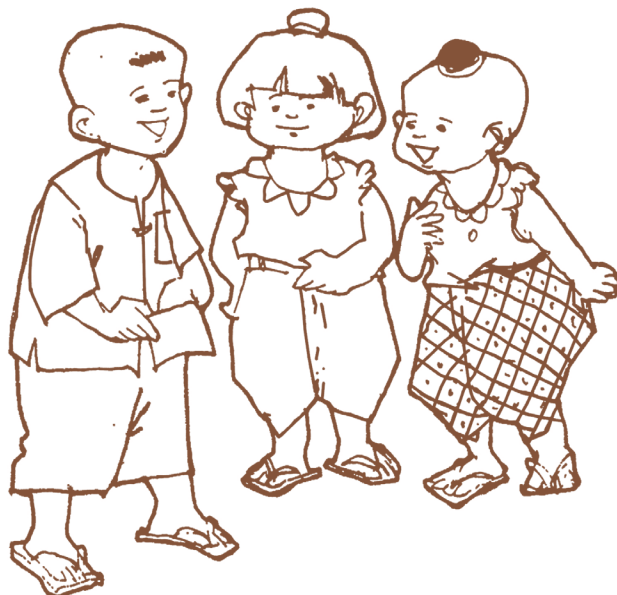
แนวคิด

$$\begin{aligned} a &= 2 + \frac{n \sin^3 \theta - m \cos^3 \theta + m \cos \theta}{m \cos \theta + n \sin \theta} \\ &= 2 + \frac{n \sin^3 \theta - m \cos \theta (\cos^2 \theta - 1)}{m \cos \theta + n \sin \theta} \\ &= 2 + \sin^2 \theta \end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกัน $b = 2 + \cos^2 \theta$

$$a + b = 5$$

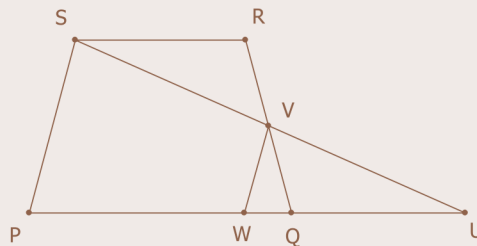
ตอบ 5





9. รูปสี่เหลี่ยมคางหมู $PQRS$ มีด้าน PQ ขนานกับด้าน RS ต่อ PQ ออกไปถึงจุด U แล้วลาก SU ตัด RQ ที่จุด V ทำให้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม SRV เท่ากับพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม GUV ลากเส้นตรงจากจุด V ให้ขนานกับ SP ตัด PQ ที่จุด W ถ้า PQ ยาว 12 เซนติเมตร และ RS ยาว 5 เซนติเมตร แล้วความยาวของ QW เท่ากับกี่เซนติเมตร

แนวคิด



$\overline{SR} \parallel \overline{PU}$ จะได้ $\angle RSV = \angle QUV, \angle SRV = \angle UQV, \angle RVS = \angle QVU$

$\triangle SRV \cong \triangle QUV$ เป็นรูปสามเหลี่ยมคล้ายและมีพื้นที่เท่ากัน

$SV = UV, RS = QU = 5$ เซนติเมตร

ใน $\triangle PSU$ มี $SV = UV$ และ $\overline{SR} \parallel \overline{PU}$

จะได้ $PW = WU$

$PQ - WQ = WQ + QU$

$12 - WQ = WQ + 5$

$WQ = 3.5$ เซนติเมตร

ตอบ 3.5 เซนติเมตร



10. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมใด ๆ D และ E เป็นจุดบน \overline{AC} และ \overline{BC} ตามลำดับ โดยที่ $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ลาก \overline{AE} ตัดกับ \overline{BD} ที่จุด M ถ้าพื้นที่ $\triangle DEM$ และ $\triangle ABM$ เท่ากับ 16 และ 36 ตารางหน่วย ตามลำดับ แล้วพื้นที่ $\triangle ABC$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

แนวคิด

เนื่องจาก $\triangle DEM \sim \triangle ABM$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{[DEM]}{[ABM]} = \frac{16}{36} = \left(\frac{DE}{AB}\right)^2$$

$$\text{ทำให้ได้ว่า } DE = \frac{2}{3} AB$$

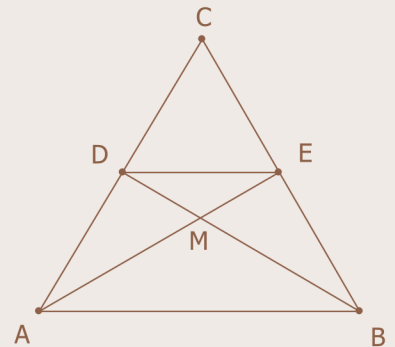
ให้ h_1, h_2, h แทนส่วนสูงของ $\triangle ABM, \triangle DEM, \triangle ABC$ ตามลำดับ
 ดังนั้น ส่วนสูงของ $\triangle DEC$ คือ $h - (h_1 + h_2)$

$$\text{และ } h_2 = \frac{2}{3} h_1$$

เนื่องจาก $\triangle DEC \sim \triangle ABC$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{h - (h_1 + h_2)}{h} = \frac{2}{3} \Rightarrow h = 5h_1$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } [ABC] &= \frac{1}{2} \times h \times AB = \frac{1}{2} \times 5h_1 \times AB \\ &= 180 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$



ตอบ 180 ตารางหน่วย



11. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่ามากที่สุดซึ่งทำให้ $n^2 + 4567n$ เป็นจำนวนกำลังสองแล้วเศษของการหาร n ด้วย 1000 เท่ากับเท่าใด

แนวคิด

$$n^2 + 4567n > n^2$$

$\therefore n^2 + 4567n > (n+m)^2$ เมื่อ m เป็นจำนวนเต็มบวก

$$n^2 + 4567n = n^2 + 2mn + m^2$$

$$n = \frac{m^2}{4567 - 2m}$$

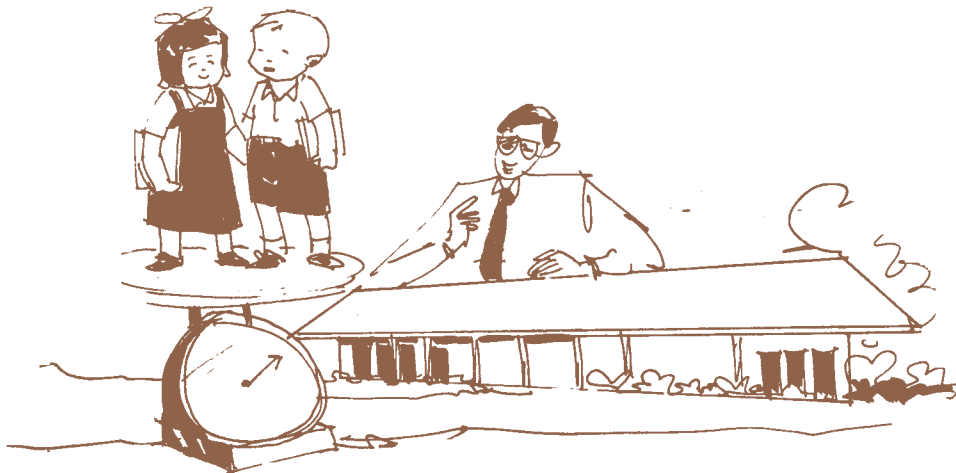
$$\therefore m_{\max} = 2283$$

$$n_{\max} = 2283^2$$

$$= 5212089$$

เศษของการหาร n ด้วย 1000 คือ 89

ตอบ 89





12. ถ้า $f(x) = \frac{1}{2^a + x} + \frac{1}{2^a - x} - 1$ และ $f(1) + f(-1) = \frac{2}{3}$ แล้วค่าของ a เป็นเท่าใด

แนวคิด

$$f(1) = \frac{1}{2^a + 1} + \frac{1}{2^a - 1} - 1 = \frac{2 \cdot 2^a}{2^{2a} - 1} - 1$$

$$f(-1) = \frac{1}{2^a - 1} + \frac{1}{2^a + 1} - 1 = \frac{2 \cdot 2^a}{2^{2a} - 1} - 1$$

$$\begin{aligned} \therefore f(1) + f(-1) &= \frac{2 \cdot 2^a}{2^{2a} - 1} - 1 + \frac{2 \cdot 2^a}{2^{2a} - 1} - 1 \\ &= \frac{4 \cdot 2^a}{2^{2a} - 1} - 2 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

ดังนั้น $\frac{4 \cdot 2^a}{2^{2a} - 1} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

$$12 \cdot 2^a = 8 \cdot 2^{2a} - 8$$

$$3 \cdot 2^a = 2 \cdot 2^{2a} - 2$$

ให้ $2^a = t$

$$2t^2 - 3t - 2 = 0$$

$$(2t + 1)(t - 2) = 0$$

$$t = -\frac{1}{2}, 2$$

แต่ $2^a = -\frac{1}{2}$ เป็นไปไม่ได้

$$2^a = 2 \text{ จะได้ } a = 1$$

ตอบ 1

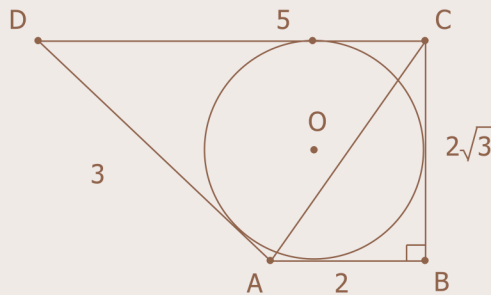


13. $ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ มี $AB=2$, $BC=2\sqrt{3}$, $CD=5$, $DA=3$ และ $\angle ABC = 90^\circ$

ถ้ารัศมีของวงกลมแนบในรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ นี้ เขียนได้ในรูป $\frac{a+b\sqrt{3}}{c}$

โดยที่ ห.ร.ม. ของ a, b, c เท่ากับ 1 แล้ว $a + b - c$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด



เนื่องจาก $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 16 = CD^2 - AD^2$

จะได้ว่า $\angle CAD$ เป็นมุมฉาก

$$[ABCD] = [ABC] + [ACD]$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$

$$= 2\sqrt{3} + 6$$

ให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบใน มีรัศมี r หน่วย

$$[ABCD] = [AOB] + [BOC] + [COD] + [DOA]$$

$$2\sqrt{3} + 6 = \frac{1}{2} \times 2 \times r + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 3 \times r$$

$$2\sqrt{3} + 6 = (5 + \sqrt{3})r$$

$$r = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}} = \frac{12 + 2\sqrt{3}}{11}$$

เทียบกับโจทย์ $a=12, b=2$ และ $c=11$

ดังนั้น $a + b - c = 12 + 2 - 11 = 3$

ตอบ 3



ส่วนที่ 3 ข้อที่ 14 - 15 แบบแสดงวิธีทำ จำนวน 2 ข้อ ข้อละ 10 คะแนน

14. กำหนด $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นลำดับของจำนวนเต็มซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1) $-1 \leq x_i \leq 2$ สำหรับ $i = 1, 2, 3, \dots, n$

2) $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = 17$

3) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2 = 97$

ถ้า m เป็นค่าน้อยสุดที่เป็นไปได้ของ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3$

และ M เป็นค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3$ แล้ว $M + m$ มีค่าเท่าใด

แนวคิด

เพราะว่า 0 ไม่มีผลต่อ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3$ ดังนั้น x_i มีโอกาสเป็น $-1, 1, 2$

ให้ p แทน จำนวนของ $x_i = -1$

q แทน จำนวนของ $x_i = 1$

r แทน จำนวนของ $x_i = 2$

จากข้อ 2 จะได้ $2r + q - p = 17$ (1)

จากข้อ 3 จะได้ $4r + q + p = 97$ (2)

และ $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3 = 8r + q + p$

จาก (1), (2) , $3p - q = 63 \rightarrow q = 3p - 63$

จาก (1), (2) , $2r + 2p = 80 \rightarrow r + p = 40 \rightarrow r = 40 - p$

$(p, q, r) = (p, 3p - 63, 40 - p)$

เนื่องจาก p, q, r เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้

$3p - 63 \geq 0 \rightarrow p \geq 21$

$40 - p \geq 0 \rightarrow p \leq 40$

$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3 = 8r + q - p = 8(40 - p) + (3p - 63) - p$
 $= 320 - 8p + 3p - 63 - p = 257 - 6p$

$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3$ จะมีค่าต่ำสุดเมื่อ p มีค่าสูงสุด คือ $p = 40$

$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \dots + x_n^3$ จะมีค่าสูงสุดเมื่อ p มีค่าต่ำสุด คือ $p = 21$

ดังนั้น $M = 257 - 6(21) = 131$

และ $m = 257 - 6(40) = 17$

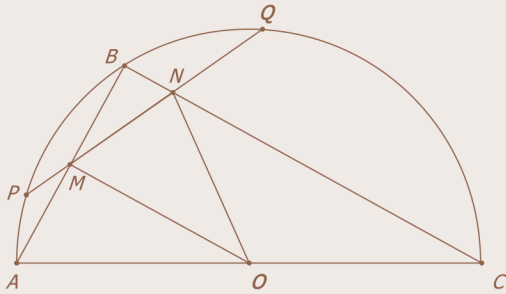
$M + m = 131 + 17 = 148$

ตอบ 148

แนวคิดว่าแบบทดสอบคณิตศาสตร์ รอบสอง พ.ศ. 2560



15.



จากรูป กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมที่มี \overline{AC} เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง เมื่อ M เป็นจุดแบ่งครึ่ง \overline{AB} และ N เป็นจุดแบ่งครึ่งส่วนโค้ง \overline{PQ} ถ้า $CN = 64$ หน่วย และ $BN = 8$ หน่วย แล้วรูปสามเหลี่ยม MON มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

แนวคิด

ลาก $AP, BP, BQ,$ และ CQ จะได้

$$1. \quad \triangle CBQ \sim \triangle QBN$$

$$\frac{CB}{QB} = \frac{BQ}{BN}$$

$$BQ^2 = 8 \times 72$$

$$BQ = 24$$

$$BQ = PB = 24$$

$$2. \quad \triangle ABP \sim \triangle PBM$$

$$\frac{AB}{PB} = \frac{BP}{BM}$$

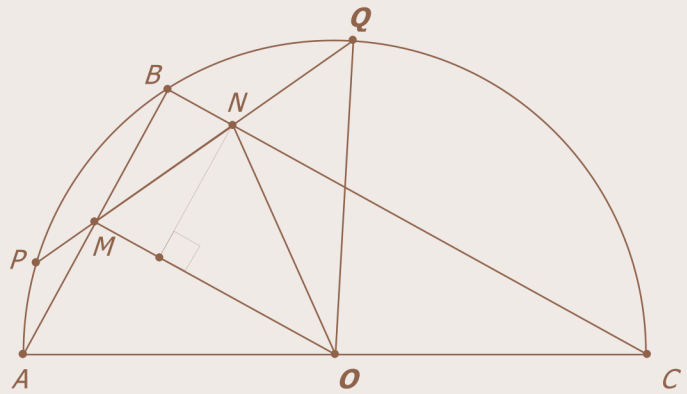
$$2BM^2 = 24^2$$

$$BM = 12\sqrt{2}$$

$$AM = 12\sqrt{2}$$

$$3. \quad OM = \frac{1}{2}BC = 36$$

$$\begin{aligned} \text{พ.ท.}\triangle MON &= \frac{1}{2} \times 36 \times 12\sqrt{2} \\ &= 216\sqrt{2} \end{aligned}$$



ตอบ $216\sqrt{2}$ ตารางหน่วย หรือ 305.42 ตารางหน่วย



ตอนที่ 2 แบบทดสอบฉบับภาษาอังกฤษ จำนวน 5 ข้อ คะแนนเต็ม 25 คะแนน

ข้อที่ 16 – 20 แบบเติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน

16. For what values of $|a|$ do the equations

$2017x^2 + ax + 1720 = 0$ and $1720x^2 + ax + 2017 = 0$ have a common root?

Solution.

ให้รากร่วมกัน คือ x

$$2017x^2 + ax + 1720 = 0 \quad \text{---(1)}$$

$$1720x^2 + ax + 2017 = 0 \quad \text{---(2)}$$

$$(1) - (2); 297x^2 - 297 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = \pm 1$$

$$\text{ถ้า } x = 1, \quad 2017 + a + 1720 = 0$$

$$\therefore a = -3737$$

$$\text{ถ้า } x = -1, \quad 2017 - a + 1720 = 0$$

$$\therefore a = 3737$$

$$\therefore |a| = 3737$$

Ans. 3737



17. Let x and y be positive integers such that $(xy - 7)^2 = x^2 + y^2$ What is the value of $|x - y|$?

Solution.

$$(xy - 7)^2 = x^2 + y^2$$

$$x^2 y^2 - 14xy + 49 = x^2 + y^2$$

$$x^2 y^2 - 12xy + 36 + 13 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(xy - 6)^2 + 13 = (x + y)^2$$

$$13 = (x + y)^2 - (xy - 6)^2$$

$$13 = (x + y + xy - 6)(x + y - xy + 6)$$

$$x + y - xy + 6 = 1 \quad \text{_____ (1)}$$

$$x + y + xy - 6 = 13 \quad \text{_____ (2)}$$

$$(1) + (2); \quad 2x + 2y = 14$$

$$x + y = 7$$

$$\therefore \quad xy = 12$$

$$x = 4, 3$$

$$|x - y| = 1$$

Ans. 1



18. If $x^2 + y^2 = 16$, $x^2 + z^2 = 4 + zx$ and $y^2 + z^2 = 4 + \sqrt{3}yz$, then find the value of $x^2 + y^2 + z^2$.

Solution.

$$2(x^2 + z^2 - zx) + 2(y^2 + z^2 - \sqrt{3}yz) - (x^2 + y^2) = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4z^2 - 2zx - 2\sqrt{3}yz = 0$$

$$(x - z)^2 + (y - \sqrt{3}z)^2 = 0$$

$$x = z, \quad y = \sqrt{3}z$$

จาก $x^2 + z^2 = 4 + zx$ และ $x = z$

$$x^2 = 4$$

จาก $y^2 + z^2 = 4 + \sqrt{3}yz$ และ $y = \sqrt{3}z$

$$z^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 20$$

Ans. 20





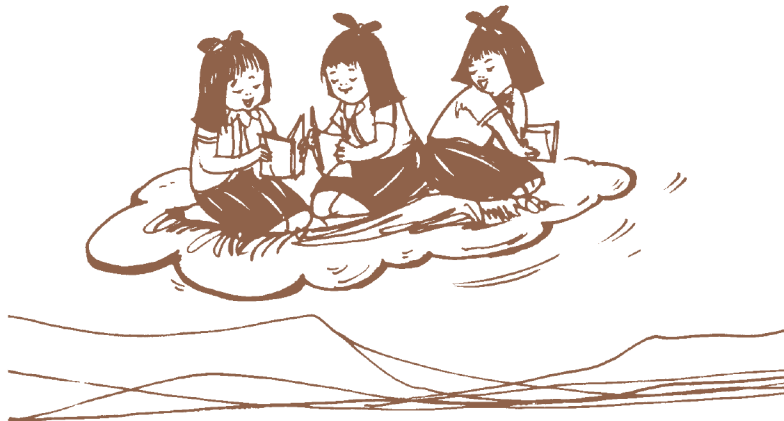
19. The bag contains 20 red balls and 16 blue balls. If one ball is picked out at a time randomly without replacement until the bag is empty. What is the probability that the last ball picked will be red?

Solution.

การจะหยิบลูกบอลลูกสุดท้ายเป็นสีแดง จะต้องหยิบลูกบอลสีน้ำเงิน 16 ลูกให้หมดก่อน ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบลูกบอลลูกสุดท้ายเป็นสีแดงจะเท่ากับความน่าจะเป็นที่จะหยิบลูกบอลสีน้ำเงินให้ทั้งหมดและหยิบลูกสีแดง 19 ลูก เหลือลูกแดงลูกสุดท้าย

$$\begin{aligned} \frac{n(E)}{n(S)} &= \frac{35!}{16! \times 19!} \\ &= \frac{35!}{16! \cdot 20!} \times \frac{16! \times 20!}{36!} \\ &= \frac{20}{36} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

Ans. $\frac{5}{9}$





20. Let ABC be the right angled triangle such that $\angle ACB = 90^\circ, BC : AC = 2 : 3$.

D is a point on AB such that $\overline{CD} \perp \overline{AB}$. If $BD = 2$, what is the value of $4(AD)^2$?

Solution.

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + AC^2 \\ &= 4x^2 + 9x^2 \\ &= 13x^2 \end{aligned}$$

$$\therefore AB = \sqrt{13}x$$

พิจารณา $\triangle ABC \sim \triangle CBD$

$$\frac{BD}{CB} = \frac{BC}{AB}$$

$$\frac{2}{2x} = \frac{2x}{\sqrt{13}x}$$

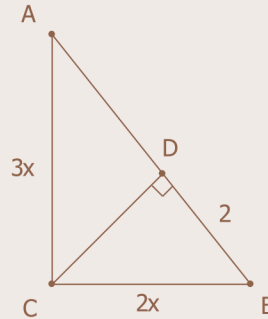
$$2\sqrt{13}x = 4x^2$$

$$4x^2 - 2\sqrt{13}x = 0$$

$$x(4x - 2\sqrt{13}) = 0$$

$$\therefore AD = AB - BD = \frac{13}{2} - 2 = \frac{9}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } (AD)^2 &= \left(\frac{9}{2}\right)^2 \\ &= \frac{81}{4}, \quad 4AD^2 = 81 \end{aligned}$$



Ans. 81

คณะผู้จัดทำ



คณะผู้จัดทำ

ที่ปรึกษา

- | | |
|------------------------------|---|
| 1. นายบุญรักษ์ ยอดเพชร | เลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน |
| 2. นางสุจิตรา พัฒนะภูมิ | รองเลขาธิการคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน |
| 3. นางนิจวดี เจริญเกียรติบวร | ผู้อำนวยการสำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 4. นายปราโมทย์ ขจรภัย | ที่ปรึกษาโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล |

คณะทำงานคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1. ผศ.ธวิกานต์ ตรียะประเสริฐ | ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ (ศูนย์รังสิต) |
| 2. นายประเทือง วงศ์ประเสริฐ | ศึกษานิเทศก์ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 |
| 3. นายไมตรี ศรีทองแท้ | ครูโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 |
| 4. นางวรรณวิภา สุทธเกียรติ | ครูโรงเรียนสามเสนวิทยาลัย
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 |
| 5. นายพงษ์ศักดิ์ มาเกต | ครูโรงเรียนพิชญ์โลกพิทยาคม
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 39 |
| 6. นางสาวภาวดี สุริยพันธ์ | ครูโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 |
| 7. ว่าที่ ร.ต.วัชรสันต์ อินธิสาร | ครูโรงเรียนสายปัญญา
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 |
| 8. นายมงคล วงศ์พยัคฆ์ | ครูโรงเรียนมัธยมวัดสิงห์
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 |
| 9. นายลออ เพิ่มสมบัติ | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |
| 10. นายอุดม แคนระโทก | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |
| 11. นายมานิตย์ จิรโกเมศ | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |
| 12. นางสาวพิไลลักษณ์ จำเมือง | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |
| 13. นายประเชิญ นาคนคร | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |
| 14. นายศธาธร งามมุข | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |



คณะกรรมการรวบรวม/เรียบเรียง

- | | |
|----------------------------|--|
| 1. นางสาวมาลี กิตติอุดมเดช | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 2. นางรัตเกล้า น้อยแมน | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 3. นางสาวภาวดี สุริยพันธุ์ | ครูโรงเรียนพระปฐมวิทยาลัย
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 9 (นครปฐม) |
| 4. นางนฤมล ภัทรวังฟ้า | ครูโรงเรียนประตู่ชัย
สำนักงานเขตพื้นที่การประถมศึกษาพระนครศรีอยุธยา เขต 1 |
| 5. นางวาสนา เขตกัน | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |

ปก/รูปเล่ม

- | | |
|------------------------|--|
| 1. นายประมุข ปุณฺณศิริ | ข้าราชการบำนาญ กระทรวงศึกษาธิการ |
| 2. นายบัณฑิต วรรณสุ | พนักงานพิมพ์ดีด สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 3. นายภาณุวิชญ์ สุโสภา | เจ้าหน้าที่บริหารงานทั่วไป
สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |

ผู้รับผิดชอบโครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. นายภูธร จันทะหงษ์ ปุณฺณจรัสธารง | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 2. นางมัลลวีร์ รอชโฟล | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 3. นางสาววรรณุช รุ่งเรืองเจริญกุล | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 4. นางสาวมาลี กิตติอุดมเดช | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 5. นางรัชติตา เขยกลิ่น | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 6. นางรัตเกล้า น้อยแมน | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |
| 7. นางสาวอลิศรา สายวารีย์ | นักวิชาการศึกษา สำนักพัฒนานวัตกรรมการจัดการศึกษา |

เสริมคิด...
คณิตศาสตร์
ระดับมัธยมศึกษา



แบบทดสอบ
การแข่งขันทางวิชาการ
ระดับนานาชาติ

ประจำปี
พ.ศ. 2559-2560

โครงการพัฒนาคุณภาพการเรียนรู้สู่สากล
กลุ่มวิจัยและพัฒนาองค์กรเพื่อการเรียนรู้